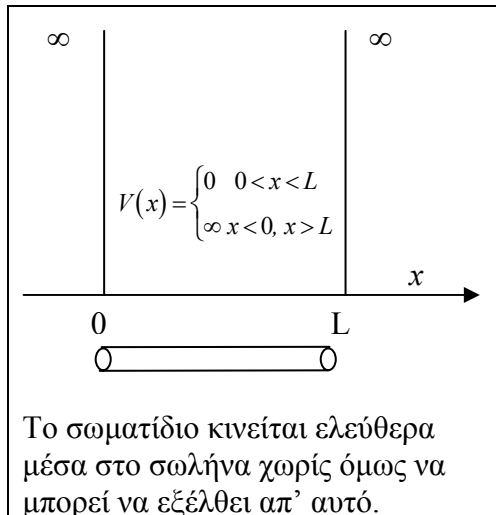


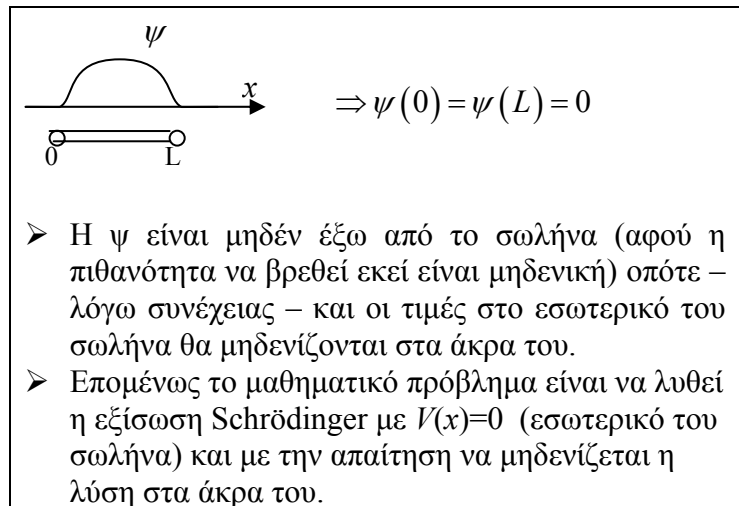
Σωματίδιο σ' ένα σωληνάκι

[Η κβάντωση ως ένα καθαρά μαθηματικό αποτέλεσμα της εξίσωσης Schrödinger]

Το πρόβλημα



Η μαθηματική του διατύπωση



Η λύση

$$\Delta E. \psi'' + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi \equiv \psi'' + k^2 \psi = 0, \quad \frac{2mE}{\hbar^2} = k^2$$

$$\Rightarrow \psi = A \sin kx + B \cos kx$$

$$\Rightarrow \psi(0) = A \cdot 0 + B \cdot 1 = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\Rightarrow \psi = A \sin kx \Rightarrow \psi(L) = A \sin kL = 0$$

$$\Rightarrow kL = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots, \infty$$

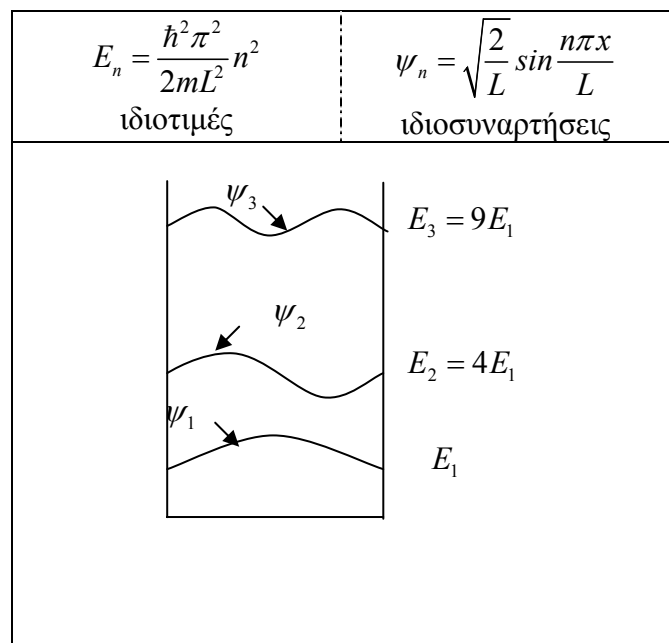
$$\Rightarrow \frac{2mE}{\hbar^2} = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \Rightarrow E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2$$

$$\Rightarrow \psi_n = A \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, \dots, \infty$$

$$\int_0^L |\psi_n|^2 dx = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

$$[\psi] = L^{-1/2}$$

Τα αποτελέσματα ...



...και τα βασικά συμπεράσματα

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ 1: Η κβάντωση της ενέργειας είναι ένα καθαρά μαθηματικό αποτέλεσμα της εξίσωσης Schrödinger. Η εξίσωση έχει λύση που ικανοποιεί τις συνθήκες του προβλήματος μόνο όταν η ενέργεια του σωματιδίου παίρνει μια διακριτή ακολουθία τιμών.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ 2: Η ελάχιστη δυνατή ενέργεια του σωματιδίου μέσα στο σωλήνα είναι μη μηδενική και γίνεται τόσο μεγαλύτερη όσο το μήκος του σωλήνα μικραίνει. Η ακινησία των παγιδευμένων κβαντικών σωματιδίων είναι αδύνατη. Και όσο πιο παγιδευμένα είναι τόσο πιο πολύ κινούνται.