

..... **Τησις μψ ηεαδερ** .....

---

# **Εφαρμογές Φυσικής - Σύσταση Σώματος Εργαστηριακές Ασκήσεις**

**Ζαχαρίας Γ. Φθενάκης και Βασίλης Ζαφειρόπουλος**  
Τμήμα Διατροφής και Διαιτολογίας  
Τ.Ε.Ι. Κρήτης

---

© σοψριγητ βψ τηε αυτηορ(ς)

δοσυμεντ ζρεατεδ ον: 5 Νοεμβρίου 2008  
ζρεατεδ φορομ φιλε:  
ζοερ παγε αυτοματιζαλλη ζρεατεδ ωιτη  
(ααιλαβλε ατ ψουρ φαουριτε ΤΑΝ μιρρορ)

Λ-Ο-Γ-Ο



# Εφαρμογές Φυσικής - Σύσταση Σώματος Εργαστηριακές Ασκήσεις

Ζαχαρίας Γ. Φθενάκης      Βασίλης Ζαφειρόπουλος

2008



# Περιεχόμενα

<b>Περιεχόμενα</b>	<b>i</b>
<b>1 Πυκνομετρία ανθρώπινου σώματος</b>	<b>1</b>
1.1 Σκοπός του πειράματος	1
1.2 Εισαγωγή	1
1.3 Το μοντέλο των δύο τμημάτων	2
1.4 Μέτρηση της πυκνότητας	4
1.4.1 Απαιτούμενη ακρίβεια στη μέτρηση της πυκνότητας	4
1.4.2 Πείραμα 1: Μέτρηση της πυκνότητας με απευθείας μέτρηση μάζας και όγκου.	5
1.4.3 Πείραμα 2: Μέτρηση της πυκνότητας με υποβρύχια ζύγιση	13
1.5 Ερωτήσεις - Προβλήματα	15
<b>2 Δερματοπτυχομετρήσεις</b>	<b>17</b>
2.1 Σκοπός του πειράματος	17
2.2 Δερματοπτυχομετρήσεις	17
2.2.1 Πώς μετράμε με το δερματοπτυχομέτρο	18
2.2.2 Ποιές πτυχές μετράμε	21
2.3 Εξισώσεις Υπολογισμού της πυκνότητας $D_b$ και του επί τοις εκατό ποσοστού λίπους $\%BF$ του ανθρώπινου σώματος	21
2.4 Ένα απλό μοντέλο	22
2.5 Πείραμα	23
<b>3 Μέτρηση της Βιοηλεκτρικής Εμπέδησης</b>	<b>25</b>
3.1 Σκοπός του πειράματος	25
3.2 Κύκλωμα RC (Πυκνωτή - Αντίστασης)	25
3.2.1 Διερεύνηση των αποτελεσμάτων	30
3.2.2 Λειτουργία του παλμογράφου	31
3.2.3 Πείραμα 1: Μέτρηση των $V(t)$ και $I(t)$ με τον παλμογράφο.	37
3.3 Μοντέλο βιοηλεκτρικής εμπέδησης για τον άνθρωπο	39
3.3.1 Το ισοδύναμο $RC$ κύκλωμα σε σειρά	42
3.3.2 Εξισώσεις και μετρήσεις	43
3.3.3 Συσσκευή BIA	43

3.3.4	Πείραμα 2: Μέτρηση της βιοηλεκτρικής εμπέδησης σε ανθρώπους . . . . .	44
3.4	Βιβλιογραφία . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Μέτρηση Ραδιενέργειας</b>	<b>45</b>
4.1	Εισαγωγή . . . . .	45
4.2	Θεωρητικό μέρος . . . . .	47
4.2.1	Ραδιενεργές διασπάσεις - Ενεργότητα - Χρόνος υποδιπλασιασμού - Μέσος χρόνος ζωής . . . . .	47
4.2.2	Ο Ανιχνευτής Geiger-Müller . . . . .	49
4.2.3	Ακτινοβολία υποβάθρου . . . . .	50
4.2.4	Απορρόφηση από υλικά - Θωράκιση . . . . .	50
4.3	Πειραματικό μέρος . . . . .	52
4.4	Μέτρηση του ποσοστού λίπους από την περιεκτικότητα του σώματος σε $^{40}\text{K}$ . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Μέτρηση της Θερμιδικής Αξίας Τροφίμων</b>	<b>57</b>
5.1	Σκοπός του πειράματος . . . . .	57
5.2	Αλλαγές φάσεων . . . . .	57
5.3	Μέτρηση της λανθάνουσας θερμότητας τήξης του πάγου . . . . .	59
5.4	Μέτρηση της θερμιδικής αξίας των φιστικιών . . . . .	61
5.5	Βιβλιογραφία . . . . .	63
<b>6</b>	<b>Παρατήρηση και καταγραφή φασμάτων</b>	<b>65</b>
6.1	Εισαγωγικές γνώσεις - Θεωρητικό υπόβαθρο . . . . .	65
6.1.1	Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα . . . . .	65
6.1.2	Το φασματοσκόπιο φράγματος . . . . .	66
6.1.3	Περίθλαση . . . . .	67
6.1.4	Φάσματα απορρόφησης . . . . .	68
6.1.5	Φάσματα εκπομπής . . . . .	69
6.1.6	Κβαντική θεωρία του Planck . . . . .	70
6.1.7	Ατομικό πρότυπο του Bohr . . . . .	71
6.2	Οργανολογία . . . . .	72
6.2.1	Χαρακτηριστικά του φασματομέτρου: . . . . .	73
6.3	Πειραματική διαδικασία - Ρύθμιση & χρήση του φασματομέτρου	74
6.4	Πείραμα 1: Ανάλυση Φασμάτων αερίων που φωτοβολούν . . . . .	75
6.4.1	Διαδικασία Εργασίας: . . . . .	75
6.5	Πείραμα 2: Ανάλυση φασμάτων απορρόφησης, συνεχών, γραμμικών . . . . .	76
6.6	Πείραμα 3: Ανάλυση φασμάτων συγκεκριμένων χημικών ουσιών (αλάτων <i>K, Na, Ba, Cu</i> και <i>Sr</i> ) . . . . .	78
6.7	Ασκήσεις - Προβλήματα . . . . .	80
6.8	Πείραμα 4: Φασματοφωτόμετρο - Γωνιόμετρο . . . . .	82

6.8.1 Σκοπός . . . . .	82
6.8.2 Θεωρητικό μέρος . . . . .	82
6.8.3 Πειραματικό μέρος . . . . .	84
6.9 Βιβλιογραφία . . . . .	85
<b>7 Φασματοσκοπία με Ορατό Φως</b>	<b>87</b>
7.1 Σκοπός του πειράματος . . . . .	87
7.2 Φασματοσκοπία μοριακής απορρόφησης στο ορατό . . . . .	87
7.2.1 Περιορισμοί στο νόμο του Beer . . . . .	91
7.3 Πειραματικό μέρος . . . . .	91
7.4 Ερωτήσεις . . . . .	93
7.5 Βιβλιογραφία . . . . .	93
<b>8 Μέτρηση ποσοστού λίπους με φασματοσκοπικές μεθόδους απορρόφησης στο κοντινό υπέρυθρο</b>	<b>95</b>
8.1 Σκοπός του πειράματος . . . . .	95
8.2 Ιστορική αναδρομή . . . . .	95
8.3 Αρχή λειτουργίας του οργάνου . . . . .	97
8.4 Περιγραφή του οργάνου FUTREX . . . . .	97
8.5 Πειραματικό μέρος . . . . .	99
<b>Α΄ Πίνακες</b>	<b>101</b>
Α.1 Προθέματα για τις δυνάμεις του 10 . . . . .	101
Α.2 Πυκνότητες διαφόρων ουσιών . . . . .	102
Α.3 Φυσικές Σταθερές . . . . .	102
Α.4 Μετατροπές μονάδων . . . . .	102
<b>Β΄ Ο Περιοδικός Πίνακας των στοιχείων</b>	<b>103</b>





# Κεφάλαιο 1

## Πυκνομετρία ανθρωπίνου σώματος

### 1.1 Σκοπός του πειράματος

Σκοπός του πειράματος είναι να υπολογίσουμε τη σύσταση του ανθρωπίνου σώματος (και ειδικότερα το ποσοστό λίπους που περιέχει) μετρώντας την πυκνότητά του. Για το σκοπό αυτό θεωρούμε ότι το ανθρώπινο σώμα αποτελείται από δύο μόνο συστατικά (μοντέλο δύο τμημάτων), τα οποία είναι το λίπος και η άλιπη μάζα (δηλαδή ότι δεν είναι λίπος).

### 1.2 Εισαγωγή

Εξ ορισμού η **πυκνότητα**  $D$  ενός αντικειμένου (υλικού) είναι το φυσικό μέγεθος που ορίζεται από το πηλίκο της μάζας του  $m$  διά του όγκου του  $V$ .

$$D = \frac{m}{V}. \quad (1.1)$$

Είναι δηλαδή ίση αριθμητικά με τη μάζα του υλικού που υπάρχει στη μονάδα του όγκου του.

Η πυκνότητα χαρακτηρίζει τα διάφορα υλικά, ή - αν θέλουμε να είμαστε ακριβέστεροι - κάθε υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένο ένα σώμα, έχει συγκεκριμένη τιμή πυκνότητας. Βεβαίως η τιμή της πυκνότητας ενός σώματος εξαρτάται από τη θερμοκρασία του και την πίεση. Ωστόσο υπό σταθερή θερμοκρασία και πίεση, η πυκνότητα έχει πάντα την ίδια σταθερή τιμή, η οποία μπορεί να διαφέρει από υλικό σε υλικό.

Όταν ένα σώμα αποτελείται από περισσότερα από ένα υλικά με διαφορετικές εν γένει μεταξύ τους πυκνότητες, τότε η πυκνότητα του σώματος αυτού προφανώς παίρνει μια ενδιάμεση τιμή ανάμεσα στις επιμέρους διαφορετικές

πυκνότητες των υλικών που απαρτίζουν το σώμα. Ας υποθέσουμε ότι ένα σώμα αποτελείται από  $N$  το πλήθος διαφορετικά υλικά, το καθένα από τα οποία έχει πυκνότητα  $D_i$ , μάζα  $m_i$  και καταλαμβάνει όγκο  $V_i$  μέσα στο σώμα,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Τότε  $V_i = m_i/D_i$ . Αν ο συνολικός όγκος του σώματος αυτού είναι  $V$ , τότε

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_N \quad (1.2)$$

και επομένως

$$V = \frac{m_1}{D_1} + \frac{m_2}{D_2} + \dots + \frac{m_N}{D_N}. \quad (1.3)$$

Μια δεύτερη εξίσωση που μπορεί κανείς να κατασκευάσει για τις μάζες  $m_i$  των επιμέρους συστατικών του σώματος είναι η εξίσωση που τις συνδέει με την ολική μάζα του  $m$ . Προφανώς η μάζα  $m$  του σώματος είναι ίση με το άθροισμα των επιμέρους μαζών  $m_i$  των συστατικών του. Δηλαδή

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_N. \quad (1.4)$$

Αν λοιπόν έχουμε ένα σώμα γνωστού όγκου  $V$  και γνωστής μάζας  $m$ , το οποίο αποτελείται από διάφορα συστατικά με γνωστές πυκνότητες  $D_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , τότε οι μάζες  $m_i$  των επιμέρους συστατικών του δίνονται από τις εξισώσεις 1.3 και 1.4. Το σύστημα των δύο αυτών εξισώσεων έχει  $N$  αγνώστους και επομένως έχει μονοσήμαντη λύση μόνο αν  $N = 2$ . Στην περίπτωση που  $N > 2$ , τότε, αν δεν υπάρχουν άλλα δεδομένα, μπορούν να προσδιοριστούν δύο μόνο τιμές των  $m_i$  ως συνάρτηση των υπολοίπων.

Προκειμένου λοιπόν να εκτιμήσουμε τη σύσταση του ανθρωπίνου σώματος, μπορούμε να υποθέσουμε ότι αποτελείται από δύο μόνο συστατικά, το λίπος και την άλιπη μάζα. Στην περίπτωση αυτή με τον όρο άλιπη μάζα εννοούμε όλα τα υπόλοιπα συστατικά του σώματος εκτός του λίπους, δηλ. νερό, οστά, πρωτεΐνες, κ.τ.λ. Η προσέγγιση αυτή ονομάζεται **μοντέλο δύο τμημάτων**.

### 1.3 Το μοντέλο των δύο τμημάτων

Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι το ανθρώπινο σώμα αποτελείται μόνο από λίπος (Fat Mass - (FM)) και από άλιπη μάζα (Fat Free Mass - (FFM)). Αν με  $FM$  και με  $FFM$  συμβολίσουμε αντίστοιχα τη μάζα του λίπους και την άλιπη μάζα, τότε οι εξισώσεις 1.3 και 1.4 γίνονται αντίστοιχα

$$V = \frac{FM}{D_{BF}} + \frac{FFM}{D_{FFM}} \quad (1.5)$$

και

$$BM = BF + FFM, \quad (1.6)$$

όπου  $BM$ ,  $D_{BF}$  και  $D_{FFM}$  είναι αντίστοιχα η μάζα του σώματος (Body Mass), η πυκνότητα του λίπους (BF=Body Fat) και η πυκνότητα της άλιπης μάζας.

Το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους ( $\%BF$ ) και άλιπης μάζας ( $\%FFM$ ) του σώματος είναι αντίστοιχα

$$\%BF = 100 \times \frac{FM}{BM} \quad \text{και} \quad \%FFM = 100 \times \frac{FFM}{BM}. \quad (1.7)$$

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω επί τοις εκατό ποσοστά, οι εξισώσεις 1.5 και 1.6 γίνονται

$$\frac{100}{D_b} = \frac{\%BF}{D_{BF}} + \frac{\%FFM}{D_{FFM}} \quad (1.8)$$

και

$$100 = \%BF + \%FFM, \quad (1.9)$$

όπου  $D_b = BM/V$  είναι η πυκνότητα του σώματος. Οι εξισώσεις 1.8 και 1.9 προκύπτουν από τις εξισώσεις 1.5 και 1.6, διαιρώντας τα μέλη τους με  $BM$  και πολλαπλασιάζοντάς τα με 100.

Από την εξίσωση 1.9 προκύπτει ότι  $\%FFM = 100 - \%BF$ . Αν αντικαταστήσουμε αυτή την έκφραση για το  $\%FFM$  στην εξίσωση 1.8, θα έχουμε

$$\frac{100}{D_b} = \frac{\%BF}{D_{BF}} + \frac{100 - \%BF}{D_{FFM}} \implies \frac{100}{D_b} - \frac{100}{D_{FFM}} = \frac{\%BF}{D_{BF}} - \frac{\%BF}{D_{FFM}}, \quad (1.10)$$

η οποία καταλήγει στην εξίσωση

$$\%BF = 100 \times \frac{\frac{1}{D_b} - \frac{1}{D_{FFM}}}{\frac{1}{D_{BF}} - \frac{1}{D_{FFM}}}. \quad (1.11)$$

Καταλήγουμε λοιπόν στο συμπέρασμα ότι αν γνωρίζουμε την πυκνότητα του σώματος  $D_b$  και τις πυκνότητες του λίπους  $D_{BF}$  και της άλιπης μάζας  $D_{FFM}$ , τότε μπορούμε να προσδιορίσουμε την τιμή του επί τοις εκατό λίπους του ανθρώπινου σώματος. Η εξίσωση 1.11 μπορεί επίσης να γραφεί στη μορφή

$$\%BF = \frac{A}{D_b} - B, \quad (1.12)$$

όπου

$$A = 100 \times \frac{1}{\frac{1}{D_{BF}} - \frac{1}{D_{FFM}}} = 100 \times \frac{D_{FFM}D_{BF}}{D_{FFM} - D_{BF}} \quad (1.13)$$

και

$$B = 100 \times \frac{\frac{1}{D_{FFM}}}{\frac{1}{D_{BF}} - \frac{1}{D_{FFM}}} = 100 \times \frac{D_{BF}}{D_{FFM} - D_{BF}}. \quad (1.14)$$

Θεωρώντας ότι η πυκνότητα του λίπους είναι  $D_{BF} = 0.9000 \text{ gr/cm}^3$  και ότι η πυκνότητα της άλιπης μάζας είναι  $D_{FFM} = 1.100 \text{ gr/cm}^3$ , παίρνουμε

$A = 495 \text{ gr/cm}^3$  και  $B = 450 \text{ gr/cm}^3$ , με αποτέλεσμα η σχέση 1.11 να οδηγείται στο γνωστό τύπο του Siri,

$$\%BF = \frac{495}{D_b} - 450, \quad (1.15)$$

όπου στον τύπο αυτό η πυκνότητα  $D_b$  του ανθρωπίνου σώματος εκφράζεται σε  $\text{gr/cm}^3$ .

Η πυκνότητα του λίπους είναι κατά κανόνα σταθερή και δεν αλλάζει αισθητά από άνθρωπο σε άνθρωπο <sup>1</sup>. Η πυκνότητα όμως της άλιπης μάζας μπορεί να διαφοροποιείται λίγο από άνθρωπο σε άνθρωπο, ανάλογα με το φύλλο, την φυλετική ομάδα στην οποία ανήκει, την ηλικία, τη δραστηριότητα που κάνει κ.α.

Μπορούμε λοιπόν να υπολογίσουμε το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους που περιέχει το ανθρώπινο σώμα, μετρώντας τη πυκνότητά του.

## 1.4 Μέτρηση της πυκνότητας

Ένας τρόπος για τη μέτρηση της πυκνότητας ενός σώματος είναι να μετρηθεί η μάζα και ο όγκος του και από το λόγο τους να υπολογιστεί η πυκνότητα. Ένας άλλος τρόπος είναι η υποβρύχια ζύγιση χρησιμοποιώντας την αρχή του Αρχιμήδη. Θα χρησιμοποιήσουμε και τους δύο αυτούς τρόπους.

Επειδή η μέτρηση της πυκνότητας του ανθρωπίνου σώματος απαιτεί ιδιαίτερο εξοπλισμό, που δε διαθέτουμε προς το παρόν, θα προσπαθήσουμε να προσομοιώσουμε το ανθρώπινο σώμα με ένα κομμάτι κρέας, που περιέχει και λίπος και άλιπη μάζα, και θα προσπαθήσουμε να μετρήσουμε την πυκνότητά του με τους δύο προαναφερθέντες τρόπους.

### 1.4.1 Απαιτούμενη ακρίβεια στη μέτρηση της πυκνότητας

Πρίν προχωρήσουμε στη μέτρηση, είναι καλό να προσδιορίσουμε την ακρίβεια με την οποία θα πρέπει να μετρήσουμε την πυκνότητα. Η απαιτούμενη ακρίβεια μέτρησης της πυκνότητας του σώματος, καθορίζεται από την επιθυμητή ακρίβεια υπολογισμού του επί τοις εκατό ποσοστού λίπους. Αν θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχει σφάλμα στις τιμές των πυκνοτήτων του λίπους και της άλιπης μάζας, που χρησιμοποιούμε - ισχύει δηλαδή η εξίσωση 1.15 - τότε το σφάλμα στο  $\%BF$  καθορίζεται από το σφάλμα στη μέτρηση της πυκνότητας  $D_b$ . Στην περίπτωση αυτή θα μπορούσαμε για τον υπολογισμό του σφάλματος να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο του Siri (εξίσωση 1.15) <sup>2</sup>. Παργωγίζοντας ως προς την

<sup>1</sup>η σύσταση του λίπους είναι σχεδόν ίδια για όλους τους ανθρώπους

<sup>2</sup>Οι μικρές διαφοροποιήσεις που μπορεί να υπάρχουν στις τιμές των πυκνοτήτων του λίπους και της άλιπης μάζας (λόγω διαφορετικών πληθυσμιακών ομάδων), δε θα επηρεάσει το σφάλμα, δεδομένου ότι το σφάλμα θα εκφραστεί με ένα ή δύο σημαντικά ψηφία, η τιμή των οποίων δε θα επηρεαστεί από μικρές μεταβολές των πυκνοτήτων.

πυκνότητα του σώματος, παίρνουμε το σφάλμα στο  $\%BF$ , το οποίο είναι

$$\delta(\%BF) = \frac{495}{D_b^2} \delta D_b. \quad (1.16)$$

Δεδομένου ότι η πυκνότητα του σώματος είναι κάτι ενδιάμεσο ανάμεσα στην πυκνότητα του λίπους και στην πυκνότητα της άλιπης μάζας, μπορούμε για τον υπολογισμό του σφάλματος να θεωρήσουμε ότι έχει την τιμή  $D_b = 1gr/cm^3$ . Επίσης επειδή  $495 \approx 500$ , μπορούμε τελικά να γράψουμε

$$\delta(\%BF) = 500\delta D_b \implies \delta D_b = 0.002 \times \delta(\%BF), \quad (1.17)$$

όπου στη σχέση αυτή το σφάλμα  $\delta D_b$  είναι εκφρασμένο σε  $gr/cm^3$ .

Αν επομένως επιθυμούμε να μετρήσουμε το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους με ακρίβεια  $\pm\delta(\%BF) = 1$ , (δηλαδή το σφάλμα στο επί τοις εκατό ποσοστό λίπους να μην υπερβαίνει το 1), τότε στην καλύτερη περίπτωση το σφάλμα στη μέτρηση της πυκνότητας του σώματος θα πρέπει να είναι  $\delta D_b = 0.002gr/cm^3$ .

### 1.4.2 Πείραμα 1: Μέτρηση της πυκνότητας με απευθείας μέτρηση μάζας και όγκου.

Αν υπολογίσουμε την πυκνότητα μετρώντας τη μάζα  $BM$  και τον όγκο  $V$  του σώματος και παίρνοντας το λόγο τους, τότε επειδή  $D_b = BM/V$ , θα είναι

$$\frac{\delta D_b}{D_b} = \sqrt{\left(\frac{\delta(BM)}{BM}\right)^2 + \left(\frac{\delta V}{V}\right)^2} \quad (1.18)$$

Με βάση τη σχέση αυτή και λαμβάνοντας υπ όψη μας ότι  $D_b \approx 1gr/cm^3$ , αν θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχει σφάλμα στη μέτρηση του όγκου (δηλαδή  $\delta V = 0$ ), τότε το σχετικό σφάλμα στη μέτρηση της μάζας θα πρέπει να είναι το πολύ ίσο με

$$\frac{\delta(BM)}{BM} = 0.002 \quad (1.19)$$

Αυτό σημαίνει ότι αν έχουμε ένα άνθρωπο μάζας  $BM = 50kgr$ , το σφάλμα στη μέτρηση του βάρους πρέπει να είναι της τάξης των  $\delta(BM) = 0.002 \times 50kgr = 100gr$ . Στην περίπτωση που προσομοιώνουμε το ανθρώπινο σώμα με ένα κομμάτι κρέατος μάζας  $m$ , το οποίο ζυγίζουμε με ένα ζυγό ακριβείας με σφάλμα  $\delta m = 0.01gr$ , τότε για να επιτύχουμε την απαιτούμενη ακρίβεια στη μέτρηση της μάζας, (που φαίνεται στην σχέση 1.19), θα πρέπει η μάζα να είναι τουλάχιστον  $m = \delta m / 0.002 = 0.01gr / 0.002 = 5gr$ . Θα υπήρχε επομένως πρόβλημα με την ακρίβεια στη μέτρηση της μάζας, αν το κομμάτι κρέατος που θα χρησιμοποιούσαμε για την προσομοίωση του ανθρώπου, ήταν μικρότερο από  $5gr$ . Μπορούμε όμως κάλλιστα να χρησιμοποιήσουμε ένα κομμάτι με μάζα

της τάξης των  $50 - 100gr$ , οπότε απολύτως κανένα πρόβλημα δε θα είχαμε με τη μέτρηση της μάζας.

Αντίστροφα, αν θεωρήσουμε ότι δεν έχουμε σφάλμα στη μέτρηση της μάζας, τότε, με παρόμοιο συλλογισμό, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το σχετικό σφάλμα στη μέτρηση του όγκου πρέπει να είναι το πολύ ίσο με

$$\frac{\delta V}{V} = 0.002. \quad (1.20)$$

Σε ότι αφορά τις μετρήσεις που κάνουμε με το κομμάτι κρέατος, η θεώρηση ότι το σφάλμα στη μέτρηση της μάζας είναι αμελητέο, είναι πιά ρεαλιστική, από την πρώτη θεώρηση, ότι δηλαδή το σφάλμα στη μέτρηση του όγκου είναι αμελητέο. Αυτό ισχύει γιατί όπως είδαμε, προκειμένου να υπολογίσουμε το  $\%BF$  με σφάλμα το πολύ 1, μετρώντας την πυκνότητα ενός κομματιού κρέατος με μάζα της τάξης των  $50 - 100gr$ , το σφάλμα στη μέτρηση της μάζας είναι πολύ μικρότερο από το μέγιστο απαιτούμενο.

Το ζητούμενο λοιπόν είναι πώς θα επιτύχουμε μέτρηση όγκου με σχετικό σφάλμα ίσο με 0.002, όπως καθορίζεται από τη σχέση 1.20.

### Μέτρηση του όγκου με την απαιτούμενη ακρίβεια

Επειδή όπως είπαμε η πυκνότητα του σώματος είναι περίπου  $1gr/cm^3$ , αυτό σημαίνει ότι σε κάθε  $gr$  μάζας αντιστοιχεί όγκος περίπου  $1cm^3$ . Περιμένουμε λοιπόν ο όγκος ενός ανθρώπου μάζας  $50kg = 50 \times 10^3gr$ , να είναι περίπου ίσος με  $50 \times 10^3cm^3$ . Επομένως (με βάση τη σχέση 1.20), το σφάλμα στη μέτρηση του όγκου του θα πρέπει να είναι της τάξης των  $\delta V = 0.002 \times 50 \times 10^3cm^3 = 100cm^3$ .

Ομοίως το κομμάτι κρέατος μάζας  $50 - 100gr$ , που στο πείραμά μας προσομοιώνει το ανθρώπινο σώμα, θα έχει όγκο περίπου ίσο με  $50 - 100cm^3$  και επομένως για να επιτευχθεί η ακρίβεια που επιβάλλει η σχέση 1.20, θα πρέπει η μέτρηση του όγκου του κρέατος να γίνει με σφάλμα μεταξύ  $\delta V = 0.002 \times 50cm^3 = 0.01cm^3$  και  $\delta V = 0.002 \times 100cm^3 = 0.02cm^3$ .

Γενικά η μέτρηση του όγκου ενός σώματος ακαθορίστου σχήματος δεν είναι πολύ εύκολη υπόθεση. Για να μετρήσουμε τον όγκο ενός τέτοιου σώματος, θα μπορούσαμε να βυθίσουμε το σώμα μέσα σε ένα δοχείο με νερό και να μετρήσουμε τον όγκο του νερού που εκτοπίζεται. Ο όγκος αυτός θα είναι ίσος με τον όγκο του σώματος. Ας υποθέσουμε ότι βυθίζουμε το κομμάτι του κρέατος, του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε τον όγκο, σε ένα ογκομετρικό κυλινδρικό δοχείο και ας βρούμε το σφάλμα που κάνουμε στη μέτρηση του όγκου μ' αυτή τη μέθοδο. Ο όγκος  $V$  του νερού, που εκτοπίζεται κατά τη βύθιση του κρέατος, θα είναι

$$V = \pi r^2 \Delta l, \quad (1.21)$$

όπου  $r$  η ακτίνα του κυλινδρικού δοχείου και  $\Delta l$  η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας του νερού μετά τη βύθιση του κρέατος.

Αν υποθέσουμε ότι το σφάλμα στη μέτρηση της ακτίνας είναι αμελητέο μπροστά στο σφάλμα στη μέτρηση του  $\Delta l$ , τότε το σφάλμα στον όγκο θα είναι

$$\delta V = \pi r^2 \delta(\Delta l) \quad (1.22)$$

και κατά συνέπεια το σχετικό σφάλμα στη μέτρηση του όγκου θα είναι

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta(\Delta l)}{\Delta l}. \quad (1.23)$$

Προκειμένου λοιπόν να έχουμε σχετικό σφάλμα στη μέτρηση του όγκου ίσο με 0.002, (όπως επιτάσσει η σχέση 1.20), θα πρέπει το σχετικό σφάλμα στη μέτρηση του  $\Delta l$  να είναι επίσης ίσο με 0.002. Αν υποθέσουμε ότι το σφάλμα που κάνουμε στη μέτρηση του  $\Delta l$  είναι ίσο με  $0.05\text{cm}$ , τότε η ανύψωση  $\Delta l$  της ελεύθερης επιφάνειας του νερού θα πρέπει να είναι ίση με  $\Delta l = \delta(\Delta l)/0.002 = 0.05\text{cm}/0.002 = 25\text{cm}$ . Αυτό βεβαίως θα προϋπέθετε την ύπαρξη ενός ογκομετρικού δοχείου αντίστοιχων διαστάσεων, αλλά αυτό είναι το λιγότερο. Αν υποθέσουμε ότι για τις μετρήσεις μας θα χρησιμοποιήσουμε ένα κομμάτι κρέατος μάζας  $100\text{gr}$ , τότε αυτό θα καταλαμβάνει όγκο περίπου ίσο με  $100\text{cm}^3$ . Επομένως ο όγκος του νερού, που θα εκτοπιστεί από τη βύθιση του κρέατος σ' αυτό, θα είναι κι αυτός περίπου ίσος με  $100\text{cm}^3$ . Ο όγκος αυτός δίνεται από τη σχέση 1.21, που ήδη αναφέραμε. Χρησιμοποιώντας αυτή τη σχέση για τον όγκο και την απαίτηση  $\Delta l = 25\text{cm}$ , βρίσκουμε ότι για  $V = 100\text{cm}^3$ , η ακτίνα του κυλινδρικού δοχείου πρέπει να είναι ίση με

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi \Delta l}} = \sqrt{\frac{100\text{cm}^3}{3.14 \times 25\text{cm}}} = 1.27\text{cm}. \quad (1.24)$$

Αντιλαμβάνεται κανείς ότι ένα τέτοιο κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα  $r = 1.27\text{cm}$  είναι μάλλον ογκομετρικός σωλήνας, παρά δοχείο. Για να χωρέσει το κρέας μέσα σ' αυτό το σωλήνα, θα πρέπει να κοπεί σε μικρά κομμάτια διαστάσεων της τάξης του  $1\text{cm}$ . Είναι επομένως μάλλον ανέφικτο να πραγματοποιηθεί το πείραμα μ' αυτή τη μέθοδο, όσο οι ανάγκες μας επιβάλουν σχετικό σφάλμα στη μέτρηση του όγκου ίσο με 0.002. Θα πρέπει επομένως να αναζητήσουμε άλλη μέθοδο.

#### Έμμεση μέτρηση του όγκου με ζύγιση του νερού που εκτοπίζεται

Δεδομένου ότι η ζύγιση με τη ζυγαριά ακριβείας δίνει σφάλμα πολύ μικρότερο από μέγιστο επιτρεπτό, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε τον όγκο του νερού που εκτοπίζεται ζυγίζοντάς το. Αν η πυκνότητα του νερού είναι  $D_{H_2O}$ , τότε ο όγκος  $V$  του νερού, που εκτοπίζεται κατά τη βύθιση του κρέατος, είναι  $V = m_{H_2O}/D_{H_2O}$ , όπου  $m_{H_2O}$  είναι η μάζα του νερού που εκτοπίζεται. Αν επομένως  $m$  είναι η μάζα του κρέατος, τότε η πυκνότητά του θα είναι

$$D = \frac{m}{V} = \frac{m}{m_{H_2O}} D_{H_2O}. \quad (1.25)$$

Αν λοιπόν προσπαθήσουμε να μετρήσουμε την πυκνότητα  $D$  ενός κομματιού κρέατος μάζας  $50 - 100gr$  με την παραπάνω μέθοδο, τότε το σφάλμα στη μέτρηση της πυκνότητας του κρέατος είναι πρακτικά ίσο με το σφάλμα μέτρησης της πυκνότητας του νερού, αφού όπως δείξαμε νωρίτερα το σφάλμα της μέτρησης μιας τέτοιας ποσότητας μάζας με το ζυγό ακριβείας είναι αμελητέο.

Αφού λοιπόν πρακτικά θα έχουμε  $\delta D = \delta D_{H_2O}$  και η αρχική μας απαίτηση είναι  $\delta D = 0.002gr/cm^3$ , το πρόβλημα ανάγεται στο να μετρηθεί η πυκνότητα του νερού με σφάλμα το πολύ ίσο με  $\delta D_{H_2O} = 0.002gr/cm^3$ . Αν μετρήσουμε την πυκνότητα του νερού από τό λόγο μιας μάζας νερού  $m_{H_2O}$  προς τον όγκο  $V_{H_2O}$  που καταλαμβάνει, με απευθείας μέτρηση αυτής της μάζας και του αντίστοιχου όγκου της, τότε το σφάλμα  $\delta D_{H_2O}$  της πυκνότητας θα είναι

$$\frac{\delta D_{H_2O}}{D_{H_2O}} = \sqrt{\left(\frac{\delta m_{H_2O}}{m_{H_2O}}\right)^2 + \left(\frac{\delta V_{H_2O}}{V_{H_2O}}\right)^2}. \quad (1.26)$$

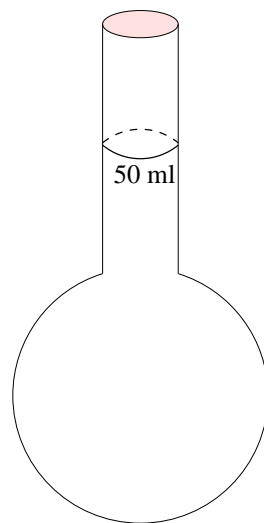
Δεδομένου ότι για μια ποσότητα νερού της τάξης των  $50gr$  το σφάλμα στη μέτρηση της μάζας είναι αμελητέο (το δείξαμε ήδη νωρίτερα), το πρόβλημα ανάγεται στη μέτρηση του όγκου του νερού με σχετικό σφάλμα

$$\frac{\delta V_{H_2O}}{V_{H_2O}} = 0.002. \quad (1.27)$$

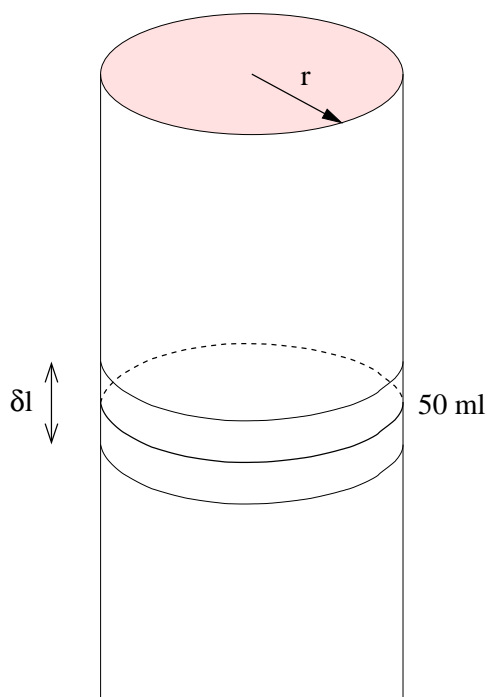
Αν λοιπόν χρησιμοποιήσουμε μια ποσότητα νερού περίπου  $50gr$ , τότε αυτή καταλαμβάνει όγκο περίπου  $50cm^3$ , και η παραπάνω απαίτηση για το σχετικό σφάλμα ανάγεται στην απαίτηση το απόλυτο σφάλμα  $\delta V_{H_2O}$  να είναι  $\delta V_{H_2O} = 0.002 \times 50cm^3 = 0.1cm^3$ .

Για τον υπολογισμό του όγκου ενός υγρού δεν έχουμε τα προβλήματα που συναντήσαμε στην περίπτωση ενός στερεού ακαθόριστου σχήματος. Σε αντίθεση με τα στερεά ακαθόριστου σχήματος, τα υγρά (εκ της φύσεώς τους) προσαρμόζουν τον όγκο τους στο δοχείο στο οποίο τοποθετούνται. Για να επιτύχουμε την απαιτούμενη ακρίβεια στη μέτρηση του όγκου του νερού, μπορούμε να τον μετρήσουμε είτε χρησιμοποιώντας κατάλληλες προχοείδες, είτε χρησιμοποιώντας ογκομετρικές φιάλες καθορισμένου όγκου, όπως αυτή του σχήματος 1.1. Οι φιάλες αυτές έχουν συνήθως σφαιρικό σχήμα που καταλήγει σε ένα κυλινδρικό "λαιμό", στον οποίο υπάρχει μια χαραγή με μια ένδειξη όγκου. Όταν η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, που βρίσκεται μέσα στο δοχείο, φτάσει σ' αυτή τη χαραγή, τότε ο όγκος του υγρού, που περιέχεται στη φιάλη, είναι ίσος με την ένδειξη όγκου, που υπάρχει στη χαραγή της φιάλης. Το σφάλμα της μέτρησης καθορίζεται από τη διατομή του λαιμού της φιάλης. Δεδομένου ότι ο λαιμός έχει κυλινδρικό σχήμα, το σφάλμα  $\delta V$  στη μέτρηση του όγκου θα είναι ίσο με τον όγκο  $\delta V = \pi r^2 \delta l$ , όπου  $2r$  η εσωτερική διατομή του λαιμού της φιάλης και  $\delta l$  το σφάλμα ανάγνωσης της χαραγής (δηλαδή η αβεβαιότητα με την οποία διακρίνουμε ότι η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού βρίσκεται στο ύψος της χαραγής). Οι φιάλες τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε στο ερ-





**Σχήμα 1.1:** Ογκομετρική φιάλη καθορισμένου όγκου



**Σχήμα 1.2:** Ο λαιμός της φιάλης και το σφάλμα ανάγνωσης  $\delta l$ .

γαστήριο έχουν χωρητικότητα  $50 \text{ ml} = 50 \text{ cm}^3$  και η διάμετρος της εσωτερικής διατομής του λαιμού τους είναι  $2r = 1.2 \text{ cm}$ . Αν λοιπόν κάνουμε ένα σφάλμα ανάγνωσης της χαραγής ίσο με  $\delta l = \pm 0.05 \text{ cm}$  (δηλαδή αν δεν μπορούμε να διακρίνουμε διαφορές μεταξύ της χαραγής και του ύψους της ελεύθερης

επιφάνειας του υγρού μεγαλύτερες από  $0.5mm$  προς τα πάνω ή προς τα κάτω από τη χαραγή), τότε το σφάλμα στη μέτρηση του όγκου θα είναι ίσο με  $\delta V = \pi r^2 \delta l = 3.14 \times (0.6cm)^2 \times 0.05cm = 0.057cm^3 \approx 0.06cm^3$ . Το σφάλμα αυτό είναι σαφώς μικρότερο από το απαιτούμενο σφάλμα στη μέτρηση του όγκου και επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή τη μέθοδο για να υπολογίσουμε την πυκνότητα του νερού και κατ' επέκταση την πυκνότητα του κρέατος που προσομοιώνει το ανθρώπινο σώμα.

### Πειραματικό μέρος

Όπως φαίνεται από την εξίσωση 1.11, για να υπολογίσουμε το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους του σώματος  $\%BF$  πρέπει να μετρήσουμε τις πυκνότητες του συγκεκριμένου σώματος  $D_b$ , της άλιπης μάζας  $D_{FFM}$  και του λίπους  $D_{BF}$ . Σύμφωνα με τη μέθοδο που αναφέραμε παραπάνω (βλέπε εξίσωση 1.25), για να μετρήσουμε την πυκνότητα ενός οποιουδήποτε κομματιού κρέατος, πρέπει να ζυγίσουμε τη μάζα του με ζυγό ακριβείας και στη συνέχεια να ζυγίσουμε το νερό που εκτοπίζεται, κατά τη βύθιση του σε ένα δοχείο με νερό. Αν λοιπόν έχουμε ένα κομμάτι καθαρού λίπους μάζας  $m_{FM}$  και ένα κομμάτι απόλυτα άλιπου κρέατος μάζας  $m_{FFM}$ , τα οποία εκτοπίζουν κατά τη βύθισή τους στο νερό, νερό μάζας  $m_{H_2O}^{FM}$  και  $m_{H_2O}^{FFM}$  αντίστοιχα, τότε σύμφωνα με την εξίσωση 1.25 η πυκνότητα  $D_{BF}$  του λίπους και  $D_{FFM}$  της άλιπης μάζας αντίστοιχα θα είναι ίσες με

$$D_{BF} = \frac{m_{FM}}{m_{H_2O}^{FM}} D_{H_2O} \quad \text{και} \quad D_{FFM} = \frac{m_{FFM}}{m_{H_2O}^{FFM}} D_{H_2O}. \quad (1.28)$$

Με τον ίδιο τρόπο θα υπολογίσουμε και την πυκνότητα  $D_b$  του κομματιού κρέατος, που θα προσομοιώνει το ανθρώπινο σώμα, του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους που περιέχει. Αν  $m_b$  η μάζα του κρέατος και  $m_{H_2O}^b$  η μάζα του νερού που εκτοπίζει το κρέας όταν βυθιστεί στο νερό, τότε

$$D_b = \frac{m_b}{m_{H_2O}^b} D_{H_2O}. \quad (1.29)$$

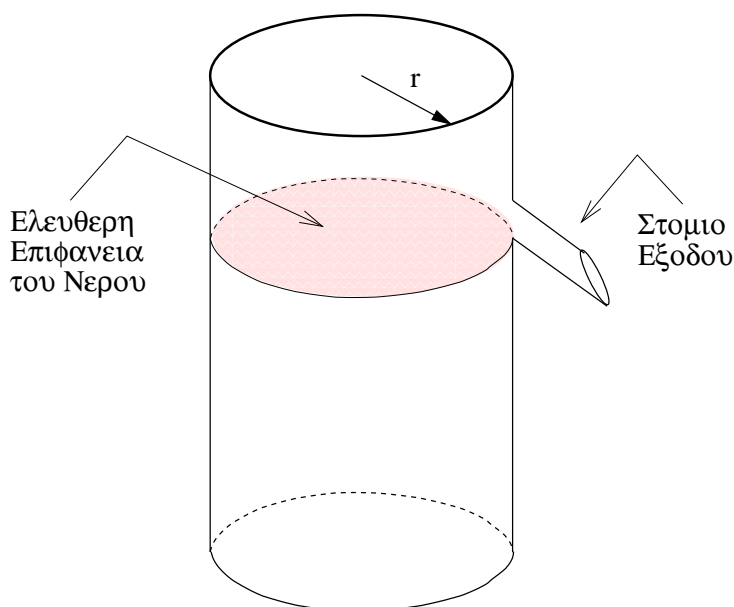
Προκειμένου να μετρήσουμε τις παραπάνω πυκνότητες, χρειάζεται να μετρήσουμε και την πυκνότητα  $D_{H_2O}$  του νερού, την οποία είπαμε παραπάνω πώς θα τη μετρήσουμε. Ωστόσο αν αντικαταστήσουμε τις παραπάνω σχέσεις 1.28 και 1.29 στην εξίσωση 1.11 βρίσκουμε

$$\%BF = 100 \times \frac{\frac{m_{H_2O}^b}{m_{H_2O}^{FM}} - \frac{m_{H_2O}^{FFM}}{m_{H_2O}^{FFM}}}{\frac{m_b}{m_{FM}} - \frac{m_{FFM}}{m_{FFM}}}, \quad (1.30)$$

πράγμα που σημαίνει ότι για τον υπολογισμό του επί τοις εκατό ποσοστού λίπους δεν απαιτείται η μέτρηση της πυκνότητας του νερού, η οποία απαλείφεται

από τον αριθμητή και τον παρανομαστή του κλάσματος. Αυτό έχει ως συνέπεια το σφάλμα στο  $\%BF$  να προέρχεται μόνο από τα σφάλματα στις ζυγίσεις των μαζών<sup>3</sup>, και όχι και από το σφάλμα στην πυκνότητα  $D_{H_2O}$  του νερού.

Η ζύγιση των μαζών  $m_{FM}$ ,  $m_{FFM}$  και  $m_b$  είναι μια εύκολη υπόθεση, με απευθείας τοποθέτηση των αντίστοιχων κομματιών κρέατος πάνω στο ζυγό ακριβείας. Μένει να βρούμε ένα τρόπο να μετρήσουμε το νερό που εκτοπίζεται κατά τη βύθιση κάθε κομματιού κρέατος στο δοχείο. Το απλούστερο ίσως που θα μπορούσε να σκεφτεί κανείς είναι να απομονώνει κάθε φορά το νερό, που εκτοπίζεται, σε ένα άλλο δοχείο και να ζυγίζει το δοχείο αυτό μαζί με το νερό, αφαιρώντας βεβαίως το απόβαρο του δοχείου. Προκειμένου να γίνει αυτό χρησιμοποιούμε ένα δοχείο που διαθέτει ένα ακροφύσιο, όπως αυτό του σχήματος 1.3. Το ακροφύσιο είναι καλό να έχει κατεύθυνση προς τα κάτω (βλέπε σχήμα 1.3). Έτσι το νερό θα ρέει ευκολότερα προς τα κάτω, ελαχιστοποιώντας κατά το δυνατό τα τριχοειδή φαινόμενα, που δε θα άφηναν το νερό να εκρυσταλλωθεί ελεύθερα.



**Σχήμα 1.3:** Το δοχείο με το ακροφύσιο.

Γεμίζουμε το δοχείο με νερό μέχρι το κάτω όριο του ακροφύσιου. Για να είμαστε σίγουροι ότι το νερό έχει φτάσει στο κάτω όριο του ακροφύσιου, μπορούμε να βάλουμε λίγο περισσότερο νερό στο δοχείο, ώστε το νερό να τρέξει έξω από το ακροφύσιο. Όταν το νερό σταματήσει να τρέχει, η ελεύθερη επιφάνειά του θα βρίσκεται στο κάτω όριο του ακροφύσιου. Στη συνέχεια τοποθετούμε,

<sup>3</sup>τα οποία (όπως είδαμε) είναι αρκετά μικρότερα από το μέγιστο επιτρεπτό, ώστε να επιτευχθεί η μέτρηση του  $\%BF$  με σφάλμα το πολύ ίσο με 1

κάτω από το ακροφύσιο, το δοχείο στο οποίο θα συλλέξουμε το νερό, που θα εκτοπιστεί κατά τη βύθιση του κομματιού του κρέατος μέσα σ' αυτό. Βυθίζοντας το κομμάτι κρέατος στο δοχείο με το νερό, το νερό θα εκτοπιστεί από την παρουσία του κρέατος και θα αρχίσει να τρέχει από το στόμιο του ακροφυσίου προς το δοχείο που θα βρίσκεται κάτω απ' αυτό. Αφού τρέξει όσο νερό τρέξει στο δοχείο αυτό, παίρνουμε αυτό το δοχείο και το ζυγίζουμε στο ζυγό ακριβείας. Καλό θα ήταν να έχουμε εκ των προτέρων μετρήσει το απόβαρο του δοχείου, προκειμένου να το αφαιρέσουμε στη συνέχεια από τη συνολική μάζα νερού και δοχείου μαζί. Αυτό βεβαίως μπορούμε να το κάνουμε και εκ των υστέρων, αφού στεγνώσουμε πολύ καλά το δοχείο από το νερό που περιέχει. Μπορούμε ακόμα να μηδενίσουμε την ένδειξη της ζυγαριάς πατώντας το "TARE" όταν πάνω σ' αυτή είναι τοποθετημένο αυτό το άδειο δοχείο και στη συνέχεια να ζυγίσουμε το ίδιο δοχείο με το νερό που θα έχει εκτοπιστεί από τη βύθιση του κρέατος. Στην περίπτωση αυτή ο ζυγός ακριβείας μετράει απ' ευθείας τη μάζα του νερού που εκτοπίστηκε.

Επειδή στο πείραμα αυτό υπάρχουν τυχαία σφάλματα οφειλόμενα κυρίως σε τριχοειδή φαινόμενα, τα οποία είναι μεγαλύτερα από την ελάχιστη ένδειξη που μπορεί να μετρήσει η ζυγαριά ακριβείας, είναι καλό να πάρουμε μερικές μετρήσεις και να τις χειριστούμε με το γνωστό τρόπο. Είναι επίσης σημαντικό να προσέξουμε ώστε το κομμάτι του λίπους να βυθιστεί εξ ολοκλήρου μέσα στο νερό. Το λίπος επειδή έχει μικρότερη πυκνότητα απ' αυτή του νερού θα επιπλέει, με αποτέλεσμα να μη βυθιστεί εξ ολοκλήρου μέσα στο νερό. Για το λόγο αυτό βυθίζουμε το κομμάτι του λίπους με τη βοήθεια μιας οδοντογλυφίδας, σπρώχνοντας το λίπος μέσα στο νερό, ώστε να βυθιστεί ολόκληρο.

### **Μέτρηση της πυκνότητας του νερού**

Είπαμε νωρίτερα ότι για τη μέτρηση της πυκνότητας του νερού μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις ογκομετρικές φιάλες χωρητικότητας 50ml που διαθέτουμε στο εργαστήριο. Παίρνουμε λοιπόν μια τέτοια άδεια φιάλη και ζυγίζουμε το απόβαρό της στο ζυγό ακριβείας. Στη συνέχεια γεμίζουμε τη φιάλη με νερό μέχρι τη χαραγή της ένδειξης των 50ml.

Το να επιτύχουμε η ελεύθερη επιφάνεια του νερού να συμπίσει "άκριβώς" με τη χαραγή, δεν είναι και τόσο πολύ εύκολη υπόθεση. Όπως δείξαμε οι μη αναγνωρίσιμες διαφορές όγκου, για τις συγκεκριμένες φιάλες, είναι μικρότερες από 0.06ml. Αυτό σημαίνει ότι προκειμένου να επιτύχουμε "άκριβώς" αυτή τη σύμπτωση, μπορεί να χρειαστεί να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε νερό όγκου της τάξης των 0.06ml και αντιλαμβάνεται κανείς ότι αυτό δεν είναι και τόσο εύκολο. Παρ' όλα αυτά μπορούμε χρησιμοποιώντας μια χαρτοπετσέτα που θα απορροφήσει την περίσσεια νερού, να αφαιρέσουμε το νερό που ενδεχομένως βρίσκεται πάνω από τη χαραγή κι έτσι να επιτύχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Έχοντας εξασφαλίσει ότι το νερό που περιέχεται στην ογκομετρική φιάλη είναι  $50.00 \pm 0.06ml$  μπορούμε να ζυγίσουμε τη φιάλη με το νερό και να βρούμε

πόσο ζυγίζουν <sup>4</sup> τα 50ml νερού. Διαιρώντας τη μάζα που θα μετρήσουμε <sup>5</sup>, με τον όγκο των 50ml = 50cm<sup>3</sup> που βρίσκονται μέσα στη φιάλη, μπορούμε να προσδιορίσουμε την πυκνότητα  $D_{H_2O}$  του νερού. Επειδή και σ' αυτή την περίπτωση θα έχουμε τυχαία σφάλματα είναι καλό να πάρουμε περισσότερες από μια μετρήσεις και να τις χειριστούμε με το γνωστό στατιστικό τρόπο.

### 1.4.3 Πείραμα 2: Μέτρηση της πυκνότητας με υποδρύχια ζύγιση

Η άνωση είναι ένα φαινόμενο γνωστό από την εποχή του Αρχιμήδη. Ο Αρχιμήδης ήταν ο πρώτος που κατάλαβε το φαινόμενο αυτό και αναφώνησε το γωστό "Εύρηκα", όταν βρισκόμενος μέσα στη μπανιέρα του αντελήφθη ότι κάποια σχέση θα έπρεπε να υπάρχει ανάμεσα στη φαινομενική ελάτωση του βάρους του, και στο νερό που εκτόπιζε το σώμα του, όσο αυτός βρισκόταν μέσα στην μπανιέρα. Εν τέλει κατέληξε στο συμπέρασμα (γνωστό ως **αρχή του Αρχιμήδη**), ότι *όταν ένα σώμα βρίσκεται μέσα σε ένα ρευστό, τότε το ρευστό αυτό ασκεί στο σώμα μια δύναμη με αντίθετη φορά από αυτή του βάρους του και μέτρου ίσου με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζει*. Τη δύναμη αυτή την ονομάζουμε **άνωση**.

Αν ένα σώμα έχει μάζα  $m$  τότε το βάρος του είναι  $B = mg$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας. Αν λοιπόν αυτό το σώμα βυθιστεί σε νερό (ρευστό) και η μάζα του νερού που εκτοπίζει είναι  $m_{H_2O}$ , τότε η άνωση  $A$  που θα δεχθεί το σώμα θα είναι

$$A = m_{H_2O}g. \quad (1.31)$$

Προφανώς ο όγκος του νερού, που εκτοπίζεται από την παρουσία ενός στερεού σώματος μέσα σ' αυτό, είναι ίσος με τον όγκο του στερεού σώματος <sup>6</sup>. Έτσι αν  $D_{H_2O}$  είναι η πυκνότητα του νερού και  $V$  ο όγκος του στερεού σώματος, τότε η μάζα του νερού που εκτοπίζεται είναι  $m_{H_2O} = D_{H_2O}V$  και κατά συνέπεια η άνωση  $A$ , που θα δέχεται αυτό το στερεό σώμα κατά τη βύθισή του μέσα στο νερό, θα είναι

$$A = m_{H_2O}g = D_{H_2O}Vg. \quad (1.32)$$

Η συνολική δύναμη  $F$  που θα δέχεται το σώμα όταν αυτό θα είναι βυθισμένο μέσα στο νερό, είναι ίση με τη διαφορά των δυνάμεων του βάρους  $B$  και της άνωσης  $A$ . Θα είναι δηλαδή

$$F = B - A = mg - D_{H_2O}Vg. \quad (1.33)$$

Προκειμένου να μετρήσουμε αυτή τη δύναμη  $F$ , μπορούμε να ζυγίσουμε το σώμα καθώς αυτό θα βρίσκεται βυθισμένο μέσα στο νερό. Η δύναμη αυτή

<sup>4</sup>δηλαδή πόση μάζα έχουν

<sup>5</sup>αφαιρώντας προφανώς το απόβαρο

<sup>6</sup>υπό την προϋπόθεση βεβαίως ότι το σώμα δεν απορροφά το νερό, όπως π.χ. ένα σφουγγάρι

θα αντιστοιχεί σε μια φαινομενική μάζα του σώματος  $m^*$  ίση με  $m^* = F/g$ . Αν δηλαδή ζυγίζαμε το σώμα με μια ζυγαριά μάζας, κρεμώντας το από πάνω, καθώς αυτό θα είναι βυθισμένο μέσα στο νερό <sup>7</sup> (βλέπε σχήμα ;;), τότε η μάζα που θα μετρούσε αυτή η ζυγαριά θα ήταν ίση με τη μάζα  $m^*$ . Υπ' αυτές τις συνθήκες η σχέση 1.33 γράφεται

$$m^* = m - D_{H_2O}V \implies V = \frac{m - m^*}{D_{H_2O}}. \quad (1.34)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση αυτή στον ορισμό της πυκνότητας  $D_b = m/V$  έχουμε

$$D_b = \frac{m}{m - m^*} D_{H_2O}. \quad (1.35)$$

Μπορούμε λοιπόν να μετρήσουμε την πυκνότητα  $D_b$  ενός σώματος με δύο ζυγίσεις της μάζας του: μία με υποβρύχια ζύγιση  $m^*$  και μία με απευθείας (κανονική) ζύγιση  $m$ , και με μέτρηση της πυκνότητας του νερού  $D_{H_2O}$ . Για τη μέτρηση της πυκνότητας του νερού, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο που αναφέραμε παραπάνω.

Το μοναδικό πρόβλημα που μπορεί να παρουσιαστεί είναι όταν θα προσπαθήσουμε να μετρήσουμε μ' αυτή τη μέθοδο την πυκνότητα ενός κομματιού κρέατος του οποίου η πυκνότητα θα είναι μικρότερη από την πυκνότητα του νερού. Στην περίπτωση αυτή το κομμάτι του κρέατος θα επιπλέει, πράγμα που σημαίνει ότι το κρέας δε θα έχει εξ ολοκλήρου βυθιστεί στο νερό, με αποτέλεσμα ο όγκος του κρέατος να μην είναι ίσος με τον όγκο του νερού που εκτοπίζεται. Το πρόβλημα αυτό μπορούμε να το ξεπεράσουμε δένοντας στο κάτω μέρος του κρέατος ένα μικρό μεταλλικό βαρύδι. Στην περίπτωση αυτή βεβαίως θα πρέπει στον υπολογισμό μας να συνυπολογίσουμε και το βάρος του βαρυδίου και την άνωσή του. Έτσι αν το βαρύδι έχει μάζα  $M$  και πυκνότητα  $d$  η εξίσωση 1.33 θα γίνει

$$F = m^*g = mg - D_{H_2O}Vg + Mg - D_{H_2O}vg \implies m^* = m - D_{H_2O}V + M - D_{H_2O}v, \quad (1.36)$$

όπου  $v$  ο όγκος του βαρυδίου. Δεδομένου ότι  $v = M/d$ , η παραπάνω σχέση γίνεται

$$m^* = m - D_{H_2O}V + M - \frac{D_{H_2O}}{d}M \implies V = \frac{m - m^* + M \left(1 - \frac{D_{H_2O}}{d}\right)}{D_{H_2O}}, \quad (1.37)$$

οπότε

$$D_b = \frac{m}{V} = \frac{m}{m - m^* + M \left(1 - \frac{D_{H_2O}}{d}\right)} D_{H_2O} \quad (1.38)$$

<sup>7</sup>η ζυγαριά θα βρίσκεται έξω από το νερό

### Πειραματικό μέρος

Κατ' αρχή με τη μέθοδο που ήδη έχουμε περιγράψει (βλέπε σελίδα 12) μετράμε την πυκνότητα  $D_{H_2O}$  του νερού. Επίσης με μιά ζυγαριά ακριβείας μετράμε τη μάζα  $m$  του κομματιού κρέατος, του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους  $\%BF$ . Το μόνο που μένει να μετρηθεί είναι η ποσότητα  $m - m^*$  του παρανομαστή της σχέσης 1.35. Προκειμένου να κάνουμε αυτή τη μέτρηση τοποθετούμε τη ζυγαριά πάνω σε μια βάση σχήματος "Π". Ανάμεσα στα δύο σκέλη της βάσης τοποθετούμε το δοχείο με το νερό στο οποίο πρόκειται να βυθίσουμε το κομμάτι του κρέατος. Περνάμε γύρω από τη ζυγαριά και ανάμεσα στα σκέλη της βάσης, ένα συρμάτινο άκαμπτο ορθογώνιο πλαίσιο. Τοποθετούμε την πάνω πλευρά του πλαισίου πάνω στη ζυγαριά, ώστε το μέσο της πλευράς αυτής να βρίσκεται στο κέντρο του "πιάτου" της ζυγαριάς. Στο μέσο της αντιδιαμετρικής πλευράς του πλαισίου κρεμάμε με ένα εύκαμπτο σχοινάκι το κομμάτι του κρέατος και ζυγίζουμε τη μάζα όλου αυτού του συστήματος. Στη συνέχεια πατάμε το "TARE" για να μηδενίσουμε την ένδειξη της ζυγαριάς και βυθίζουμε το κομμάτι του κρέατος μέσα στο δοχείο με το νερό. Η ένδειξη της ζυγαριάς θα είναι η διαφορά  $m^* - m$  και η ένδειξη θα είναι αρνητική, δεδομένου ότι  $m^* < m$ .

## 1.5 Ερωτήσεις - Προβλήματα

1. Πρέπει το νερό που θα χρησιμοποιήσουμε να είναι απεσταγμένο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
2. Πόσο πρέπει να είναι το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους ενός ανθρώπου, προκειμένου αυτός να επιπλέει σε νερό πυκνότητας  $0.98gr/cm^3$ ; Στον υπολογισμό σας μη λάβετε υπ' όψη τον αέρα των πνευμόνων.
3. Ποιά από τις δύο μεθοδολογίες είναι πρακτικά πιό ακριβής και γιατί;
4. Γιατί στην πράξη (μέτρηση σε άνθρωπο) χρησιμοποιούμε τη δεύτερη μεθοδολογία;
5. Αν μετρούσαμε με ένα δυναμόμετρο κατ' ευθείαν τη δύναμη  $F$  της εξίσωσης 1.33, ποιά σχέση θα μας έδινε την πυκνότητα  $D_b$ ;





# Κεφάλαιο 2

## Δερματοπτυχομετρήσεις

### 2.1 Σκοπός του πειράματος

Σκοπός του πειράματος είναι να μετρήσουμε το ποσοστό λίπους και την πυκνότητα του ανθρωπίνου σώματος από μετρήσεις των πτυχών του δέρματος (δερματοπτυχομετρήσεις)

### 2.2 Δερματοπτυχομετρήσεις

Η μέθοδος μέτρησης του επί τοις εκατό ποσοστού λίπους  $\%BF$  του ανθρωπίνου σώματος από τη μέτρηση του πάχους των πτυχών του δέρματος, στηρίζεται στην παραδοχή (παρατήρηση) ότι υπάρχει μια σχέση σχεδόν αναλογίας ανάμεσα στο υποδόριο λίπος (δηλ. το λίπος που βρίσκεται κάτω από το δέρμα) και στο συνολικό λίπος ενός ανθρώπου. Μετρώντας λοιπόν το πάχος των δερματοπτυχώσεων μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για το  $\%BF$ . Εκτός αυτού (ή εναλλακτικά) μπορεί να μετρηθεί και η πυκνότητα  $D_b$  του σώματος και στη συνέχεια να υπολογιστεί το  $\%BF$  μέσω του τύπου του Siri (βλέπε εξίσωση 1.15).

Οι δερματοπτυχομετρήσεις γίνονται με ένα παχύμετρο τύπου λαβίδας, το λεγόμενο δερματοπτυχόμετρο (βλέπε σχήμα 2.1). Για να γίνει μια μέτρηση με το δερματοπτυχόμετρο πιάνουμε την πτυχή του δέρματος (μαζί με το υποδόριο λίπος) με τον αντίχειρα και το δείκτη, προσέχοντας να μην έχουμε πιάσει μυικό ιστό. Στη συνέχεια με τη λαβίδα του δερματοπτυχομέτρου πιάνουμε την πτυχή και κοιτάζουμε την ένδειξη του οργάνου. Η λαβίδα κλείνει από μόνη της με τη βοήθεια ενός ελατηρίου, το οποίο είναι έτσι επιλεγμένο, ώστε η λαβίδα να ασκεί μια σταθερή πίεση  $10gr/cm^2$ . Η ένδειξη του οργάνου πρέπει να αναγνωστεί αμέσως, γιατί μέσα σε ελάχιστα δευτερόλεπτα, η πίεση που ασκεί το δερματοπτυχόμετρο στην πτυχή, αναγκάζει το υποδόριο λίπος να μετατοπιστεί, με αποτέλεσμα η μέτρηση να μην είναι πλέον αξιόπιστη.



**Σχήμα 2.1:** Το δερματοπτυχόμετρο

### 2.2.1 Πώς μετράμε με το δερματοπτυχόμετρο

Οι μετρήσεις με το δερματοπτυχόμετρο της εταιρείας Harpenden, που χρησιμοποιούμε στο εργαστήριό μας, γίνονται με τη χρήση των δύο κλίμακων, που διαθέτει. Στη φωτογραφία 2.2 φαίνονται αυτές οι δύο κλίμακες. Οι ενδείξεις της εξωτερικής κλίμακας (κύκλος με το μεγάλο δείκτη) αντιστοιχούν σε πάχος *mm*, ενώ οι ενδείξεις της εσωτερικής κλίμακας (εσωτερικός κύκλος με το μικρό δείκτη) αντιστοιχούν σε πάχος *cm*.

Όπως μπορεί κανείς να δει στην ίδια φωτογραφία, ανάμεσα στις ενδείξεις χιλιοστών (*mm*) της μεγάλης κλίμακας παρεμβάλλονται πέντε υποδιαίρεσεις (γραμμούλες), και επομένως η κάθε μια απ' αυτές αντιστοιχεί σε  $1/5\text{mm} = 0.2\text{mm}$ . Επίσης όπως μπορεί να δει κανείς, η εξωτερική κλίμακα του οργάνου έχει ενδείξεις μέχρι  $20\text{mm}$ . Όταν λοιπόν το άνοιγμα της λαβίδας θα είναι  $20\text{mm}$  (δηλαδή  $2\text{cm}$ ), ο μεγάλος δείκτης θα έχει διαγράψει ένα πλήρη κύκλο και θα βρίσκεται ξανά στην ένδειξη 0, απ' όπου ξεκίνησε. Αν εκείνη τη στιγμή κοιτάξει κανείς το δείκτη της εσωτερικής κλίμακας, θα δει ότι έχει μετακινηθεί στην ένδειξη 2 (δηλαδή  $2\text{cm}$ ).

Αν η λαβίδα του δερματοπτυχόμετρου ανοίξει περισσότερο από  $2\text{cm}$ , τότε ο μεγάλος δείκτης μετακινείται σε επόμενες ενδείξεις. Στην περίπτωση που το άνοιγμα της λαβίδας είναι μικρότερο από  $4\text{cm}$ ,<sup>1</sup> τότε το άνοιγμα αυτό θα είναι ίσο με το άνοιγμα των  $2\text{cm}$ , (που αντιστοιχεί στον πρώτο πλήρη κύκλο, που διέγραψε ο μεγάλος δείκτης), συν την ένδειξη του δερματοπτυχόμετρου.

Με την ίδια λογική στις περιπτώσεις που τα ανοίγματα της λαβίδας επιβά-

<sup>1</sup>δηλαδή στην περίπτωση που ο μεγάλος δείκτης δε θα έχει διαγράψει ένα δεύτερο πλήρη κύκλο



**Σχήμα 2.2:** Οι κλίμακες του δερματοπτυχόμετρου

λουν στο μεγάλο δείκτη να διαγράψει  $N$  πλήρεις κύκλους, τότε το άνοιγμα της λαβίδας  $l$  θα είναι ίσο με

$$l = N \times 2cm + \text{ένδειξη μεγάλης κλίμακας σε } mm \quad (2.1)$$

Όμως κάθε φορά που ο μεγάλος δείκτης διαγράφει ένα πλήρη κύκλο, ο δείκτης της εσωτερικής κλίμακας μετακινείται διαδοχικά κατά 2 στις ενδείξεις της. Έτσι στον πρώτο πλήρη κύκλο του δείκτη της εξωτερικής κλίμακας, ο δείκτης της εσωτερικής κλίμακας δείχνει 2. Στο δεύτερο πλήρη κύκλο δείχνει 4, στον τρίτο πλήρη κύκλο δείχνει 6 και στον τέταρτο δείχνει 8.<sup>2</sup> Αντί λοιπόν να χρειάζεται να μετράμε πόσους πλήρεις κύκλους διέγραψε ο μεγάλος δείκτης και να χρησιμοποιούμε την τελευταία σχέση για να μετρήσουμε το άνοιγμα της λαβίδας του δερματοπτυχόμετρου, μπορούμε εναλλακτικά - και προφανώς πιο απλά - να αθροίσουμε την ένδειξη της μικρής κλίμακας σε  $cm$  και την ένδειξη της μεγάλης σε  $mm$ . Θα πρέπει μόνο να προσέξουμε ώστε να παίρνουμε ως ένδειξη της μικρής κλίμακας τη μικρότερη από τις δύο ανάμεσα στις οποίες θα βρίσκεται κάθε φορά ο δείκτης της.

Αν π.χ. το άνοιγμα της λαβίδας είναι  $3.96cm$  τότε ο μικρός δείκτης θα βρίσκεται ανάμεσα στις ενδείξεις 2 και 4 και θα είναι πολύ κοντά στην ένδειξη 4, χωρίς όμως να την έχει ξεπεράσει (βλέπε εικόνα 2.3 (α)). Στην περίπτωση αυτή η συνεισφορά στο άθροισμα από τη μικρή κλίμακα θα είναι 2 και όχι  $4cm$ . Ο δε δείκτης της μεγάλης κλίμακας θα βρίσκεται ανάμεσα στις ενδείξεις 19 και 0 (δηλ.  $20mm$ ), πάνω στην τρίτη κατά σειρά γραμμούλα, μετά τη γραμμή

<sup>2</sup>Η λαβίδα δεν ανοίγει περισσότερο από  $9cm$  και επομένως ο δείκτης δε διαγράφει περισσότερους από 4 πλήρεις κύκλους.



(α) Μέτρηση 3.96cm



(β) Μέτρηση 4.10cm

**Σχήμα 2.3:** Μετρήσεις

της ένδειξης 19mm. Έτσι το άνοιγμα της λαβίδας θα είναι ίσο με 2cm (από τη μικρή κλίμακα) συν  $(19 + 3/5)mm = 19.6mm$  (από τη μεγάλη κλίμακα), δηλαδή συνολικά  $2cm + 19.6mm = 3.96cm$ .

Αν πάλι το άνοιγμα της λαβίδας είναι 4.10cm (βλέπε εικόνα 2.3 (β)), τότε ο δείκτης της μικρής κλίμακας ίσα - ίσα που θα είχε ξεπεράσει την ένδειξη 4 και προφανώς για να βρούμε το άνοιγμα της λαβίδας, θα αθροίζαμε αυτή την ένδειξη (σε cm) και την ένδειξη της μεγάλης κλίμακας (σε mm). Ο δείκτης της μεγάλης κλίμακας θα βρισκόταν πάνω στη γραμμή της ένδειξης 1 και επομένως θα μετρούσε 1.0mm. Κατά συνέπεια το άνοιγμα της λαβίδας θα ήταν  $4cm + 1.0mm = 4.10cm$ .

Ας σημειωθεί ότι επειδή ο δείκτης της μικρής κλίμακας του δερματοπυχομέτρου μετακινείται ανάλογα με το άνοιγμα της λαβίδας, το άνοιγμα της λαβίδας αντικατοπτρίζεται απόλυτα στην ένδειξη της μικρής κλίμακας, με τη διαφορά ότι δεν μπορούμε να διαβάσουμε την ένδειξη, στη μικρή κλίμακα, με την ακρίβεια που μας παρέχει η μεγάλη κλίμακα. Κοιτώντας όμως τη μικρή κλίμακα, μπορούμε να έχουμε μια αίσθηση της τιμής του ανοίγματος της λαβίδας, πράγμα που μπορεί να μας βοηθήσει να αποφύγουμε πιθανά λάθη κατά την άθροιση των ενδείξεων των δύο κλιμάκων. Έτσι στο παραπάνω παράδειγμα, που το άνοιγμα της λαβίδας ήταν 3.96cm, ο δείκτης της μικρής κλίμακας ήταν πολύ κοντά στην ένδειξη 4, χωρίς να την ξεπερνάει, ενώ στο δεύτερο παράδειγμα που το άνοιγμα ήταν 4.10cm, βρισκόταν λίγο μετά την ένδειξη 4. Κοιτώντας λοιπόν τη μικρή κλίμακα θα μπορούσαμε αμέσως να βγάλουμε το συμπέρασμα ότι η πρώτη μέτρηση είναι ίση με κάτι λιγότερο από 4cm, ενώ η δεύτερη με κάτι περισσότερο από 4cm. Στη συνέχεια αν τα νούμερα, που θα βγάzaμε από τις αθροίσεις των ενδείξεων της μικρής και της μεγάλης κλίμακας, δεν συμφωνούσαν με αυτές τις χονδροειδείς εκτιμήσεις, που μας παρέχει η μικρή

κλίμακα, τότε θα ξέραμε ότι κάποιος έχουμε κάνει λάθος.

### 2.2.2 Ποιές πτυχές μετράμε

Για τη μέτρηση του  $\%BF$  μετράμε συνήθως το πάχος των παρακάτω πτυχών

- **Τρικέφαλου μυός.** Η πτυχή είναι κατά μήκος του χεριού, στο μέσο της απόστασης μεταξύ των άκρων του ώμου και του αγκώνα.
- **Υποωμοπλαταιά.** Η πτυχή είναι λοξή υπό γωνία  $45^\circ$  ακριβώς κάτω από την ωμοπλάτη.
- **Υπερλαγόνια.** Η πτυχή είναι ελαφρώς λοξή κατά μήκος των μυών, ακριβώς πάνω από το λαγόνιο οστό.
- **Κοιλιακή.** Η πτυχή είναι παράλληλα στο σώμα σε απόσταση  $2\text{cm}$  δεξιά του ομφάλιου λώρου.
- **Μηρού.** Η πτυχή είναι παράλληλη στο πόδι στο μέσο του μηρού, σε απόσταση δύο τρίτων από το κέντρο της επιγονατίδας προς το ισχιακό οστό.
- **Στήθους.** Η πτυχή είναι προς την κατεύθυνση της θηλής.

## 2.3 Εξισώσεις πρόβλεψης της πυκνότητας $D_b$ και του επί τοις εκατό ποσοστού λίπους $\%BF$ του ανθρωπίνου σώματος

Οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της πυκνότητας  $D_b$  και του επί τοις εκατό ποσοστού λίπους  $\%BF$  του ανθρωπίνου σώματος, έχουν ως παράμετρο το άθροισμα των παχών κάποιων συγκεκριμένων δερματοπτυχώσεων. Υπό μιά άλλη οπτική γωνία, θα μπορούσε να δει κανείς αυτά τα αθροίσματα ως μέσο όρο της τιμής των συγκεκριμένων δερματοπτυχώσεων. Άλλες παράμετροι, που εμφανίζονται σ' αυτές τις εξισώσεις, είναι συνήθως το φύλο και η ηλικία. Εδώ θα αναφέρουμε μια σειρά μόνο απ' αυτές τις εξισώσεις, η γενική μορφή των οποίων είναι

$$D_b \text{ (ή } \%BF) = a + bX + cX^2 + dX_0, \quad (2.2)$$

όπου  $X_0$  είναι η ηλικία σε έτη και  $X$  είναι το άθροισμα του πάχους κάποιων (συγκεκριμένων για κάθε εξίσωση) πτυχών του δέρματος, σε  $mm$  και τα  $a$ ,  $b$ ,  $c$  και  $d$  είναι σταθερές, διαφορετικές (εν γένει) για κάθε διαφορετική εξίσωση.

• Για άνδρες

$$D_b = 1.112 - 0.43499 \times 10^{-3} X_1 + 0.55 \times 10^{-6} X_1^2 - 0.28826 \times 10^{-3} X_0 \quad (2.3)$$

$$\%BF = 0.29288 X_2 - 0.50 \times 10^{-3} X_2^2 + 0.15845 X_0 - 5.76377 \quad (2.4)$$

$$D_b = 1.10938 - 0.8267 \times 10^{-3} X_3 + 1.6 \times 10^{-6} X_3^2 - 0.2574 \times 10^{-3} X_0 \quad (2.5)$$

$$D_b = 1.1125025 - 1.3125 \times 10^{-3} X_4 + 0.55 \times 10^{-6} X_4^2 - 0.2440 \times 10^{-3} X_0 \quad (2.6)$$

$$\%BF = 0.39287 X_5 - 0.00105 X_5^2 + 0.15772 X_0 - 5.18845 \quad (2.7)$$

• Για γυναίκες

$$D_b = 1.0970 - 0.46971 \times 10^{-3} X_1 + 0.56 \times 10^{-6} X_1^2 - 0.12828 \times 10^{-3} X_0 \quad (2.8)$$

$$\%BF = 0.29699 X_2 - 0.43 \times 10^{-3} X_2^2 + 0.02963 X_0 + 1.4072 \quad (2.9)$$

$$D_b = 1.0994921 - 0.9929 \times 10^{-3} X_6 + 2.3 \times 10^{-6} X_6^2 - 0.1392 \times 10^{-3} X_0 \quad (2.10)$$

$$\%BF = 0.41563 X_5 - 1.12 \times 10^{-3} X_5^2 + 0.03661 X_0 + 4.03653 \quad (2.11)$$

Οι πτυχές που πρέπει να ληφθούν υπ' όψη σε κάθε περίπτωση είναι οι εξής:  
 $X_1$  = πτυχές του στήθους, της μεσομασχαλιαίας, της υποωμοπλάτιας, του τρι-  
κεφάλου, της κοιλιάς, της υπερλαγόνιας και του μηρού,

$X_2$  = πτυχές της κοιλιάς, της υπερλαγόνιας, του τρικεφάλου και του μηρού,

$X_3$  = πτυχές του στήθους, της κοιλιάς και της υποωμοπλατιαίας,

$X_4$  = πτυχές του στήθους, του τρικεφάλου και της υποωμοπλατιαίας,

$X_5$  = πτυχές της κοιλιάς, της υπερλαγόνιας και του τρικεφάλου,

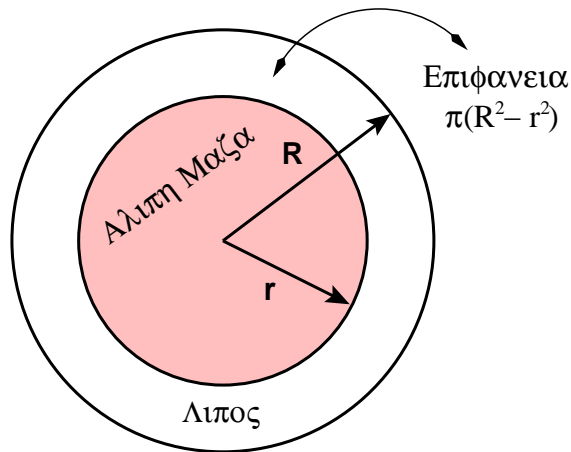
$X_6$  = πτυχές του τρικεφάλου, της υπερλαγόνιας και του μηρού.

## 2.4 Ένα απλό μοντέλο

Θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους  $\%BF$  μετρώντας μόνο τη δερματοπτυχή του δικεφάλου μυσός και την περιφέρεια του χεριού σ' αυτό το σημείο. Αν θεωρήσουμε ότι ο λόγος της μάζας του υποδόριου λίπους, που υπάρχει γύρω από το δικεφάλο μυ, σε σχέση με τη συνολική μάζα που υπάρχει στο χέρι, είναι ίσος με το λόγο της μάζας του συνολικού λίπους που υπάρχει στο σώμα, ως προς τη συνολική μάζα του σώματος, τότε δε μένει παρά να υπολογίσουμε το λόγο αυτό. Αν θεωρήσουμε ότι το χέρι ως κύλινδρο, που έχει ένα εσωτερικό κύλινδρο άλιπης μάζας και ένα εξωτερικό περίβλημα λίπους, τότε αν  $R$  η συνολική ακτίνα του κυλίνδρου,  $r$  η ακτίνα του κυλίνδρου που αντιπροσωπεύει την άλιπη μάζα και  $l$  το ύψος του, τότε ο όγκος της άλιπης μάζας θα είναι  $V_{FFM} = \pi r^2 l$  και ο συνολικός όγκος του χεριού  $V_b = \pi R^2 l$  (βλέπε σχήμα 2.4). Θεωρώντας ότι ο λόγος της μάζας του λίπους προς τη συνολική μάζα είναι ίσος με το λόγο των αντίστοιχων όγκων<sup>3</sup>, θα έχουμε ότι

$$\%BF = 100 \times \frac{V_{BF}}{V_b} = 100 \times \frac{V_b - V_{FFM}}{V_b} = 100 \times \frac{\pi(R^2 - r^2)l}{\pi R^2 l} = 100 \times \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \quad (2.12)$$

<sup>3</sup>έτσι κι αλλιώς οι πυκνότητες του σώματος και του λίπους δε διαφέρουν πάρα πολύ



**Σχήμα 2.4:** Ο εσωτερικός κύλινδρος άλιπης μάζας και το περίβλημα λίπους σε κάθετη τομή

Δεδομένου ότι η περιφέρεια του χεριού στο ύψος του δικέφαλου μυός είναι  $L = 2\pi R$  και η δερματοπύκωση έχει πάχος  $d = 2(R - r)$ , θα έχουμε

$$R = \frac{L}{2\pi} \quad \text{και} \quad r = \frac{L}{2\pi} - \frac{d}{2}. \quad (2.13)$$

Έτσι ο λόγος  $r/R$  θα γίνει

$$\frac{r}{R} = \frac{\frac{L}{2\pi} - \frac{d}{2}}{\frac{L}{2\pi}} = 1 - \frac{\pi d}{L} \quad (2.14)$$

και η σχέση 2.12 θα γίνει

$$\begin{aligned} \%BF &= 100 \times \left( 1 - \left( 1 - \frac{\pi d}{L} \right)^2 \right) = 100 \times \left( 1 - 1 + 2\frac{\pi d}{L} - \left( \frac{\pi d}{L} \right)^2 \right) \\ &= 100x(2 - x), \quad \text{όπου} \quad x = \frac{\pi d}{L}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

## 2.5 Πείραμα

Θα μετρήσουμε τις παραπάνω δερματοπυκώσεις στους εθελοντές που θα επιλέξουν να μετρηθούν, καθώς και τη δερματοπύκωση του δικέφαλου μυός και την περιφέρεια του μπράτσου, στο ύψος της δερματοπυκλής. Στη συνέχεια θα πάρουμε όλες αυτές τις μετρήσεις που θα γίνουν και θα προσπαθήσουμε να βρούμε πώς συσχετίζονται μεταξύ τους τα αποτελέσματα του  $\%BF$  που προκύπτουν

- α. από μία από τις παραπάνω εξισώσεις που δίνει το  $\%BF$ ,
- β. από την εξίσωση Siri, χρησιμοποιώντας μία από τις παραπάνω εξισώσεις που δίνει την πυκνότητα  $D_b$  ως συνάρτηση των δερματοπτυχώσεων και
- γ. από το απλοϊκό μοντέλο που είδαμε νωρίτερα, που χρησιμοποιεί το πάχος της δερματοπτυχής του δικέφλαου μυός και την περιφέρεια του μπράτσου.



## Κεφάλαιο 3

# Μέτρηση της Βιοηλεκτρικής Εμπέδησης

### 3.1 Σκοπός του πειράματος

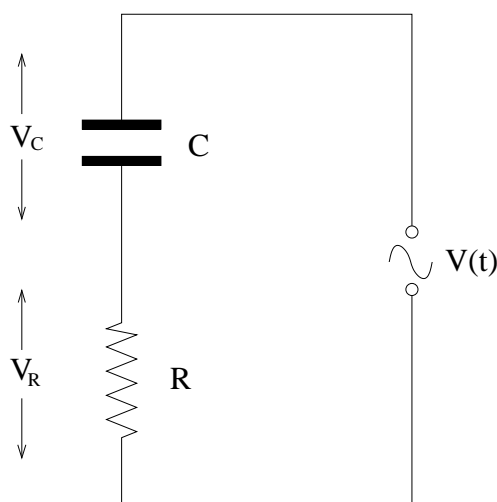
Σκοπός του πειράματος είναι (α) να κατανοήσουμε τη μέθοδο της βιοηλεκτρικής εμπέδησης (BIA) για τον υπολογισμό της σύστασης του ανθρωπίνου σώματος, (β) να πραγματοποιήσουμε μετρήσεις της βιοηλεκτρικής εμπέδησης και (γ) να συσχετίσουμε τα αποτελέσματα της μεθόδου με άλλες μεθόδους.

### 3.2 Κύκλωμα RC (Πυκνωτή - Αντίστασης)

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα κύκλωμα σε σειρά, που περιλαμβάνει μια αντίσταση  $R$  και ένα πυκνωτή χωρητικότητας  $C$  και τροφοδοτείται από μια πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος  $V(t) = V_0 \cos \omega t$  (δες το σχήμα 3.1).

Δεδομένου ότι

- α. η τάση  $V_R$  στα άκρα της αντίστασης είναι  $V_R = IR$ , όπου  $R$  η τιμή της αντίστασης και  $I$  το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα,
- β. η τάση  $V_C$  στα άκρα του πυκνωτή είναι ανάλογη του φορτίου  $q$ , που υπάρχει στις πλάκες του,
- γ. η σταθερά αναλογίας ανάμεσα στην τάση  $V_C$  και στο φορτίο  $q$  είναι (εξ ορισμού) η χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή ( $C = q/V_C$ ),
- δ. το ρεύμα  $I$  που διαρρέει το κύκλωμα είναι (εξ ορισμού) ίσο με το φορτίο που περνάει από τη διατομή ενός αγωγού στη μονάδα του χρόνου και επομένως το ρεύμα  $I$  είναι η παράγωγος  $dq/dt$  του φορτίου ως προς το χρόνο και



**Σχήμα 3.1:** Το κύκλωμα πυκνωτή - αντίστασης

ε. η τάση  $V(t)$ , που τροφοδοτεί το κύκλωμα, είναι ίση με το άθροισμα των τάσεων  $V_C$  και  $V_R$  στα άκρα του πυκνωτή και της αντίστασης αντίστοιχα ( $V(t) = V_C + V_R$ ).

Θα έχουμε:

$$V(t) = V_C + V_R \implies V_0 \cos \omega t = IR + \frac{q}{C} \implies V_0 \cos \omega t = R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q \quad (3.1)$$

- Αν  $V_R \gg V_C$  τότε

$$V_0 \cos \omega t \approx RI \implies I \approx \frac{V_0}{R} \cos \omega t \quad (3.2)$$

Το ρεύμα επομένως  $I$  που διαρρέει το κύκλωμα είναι συμφασικό με την τάση τροφοδοσίας  $V(t)$ , (βλέπε σχήμα 3.2).

- Αν  $V_R \ll V_C$  τότε

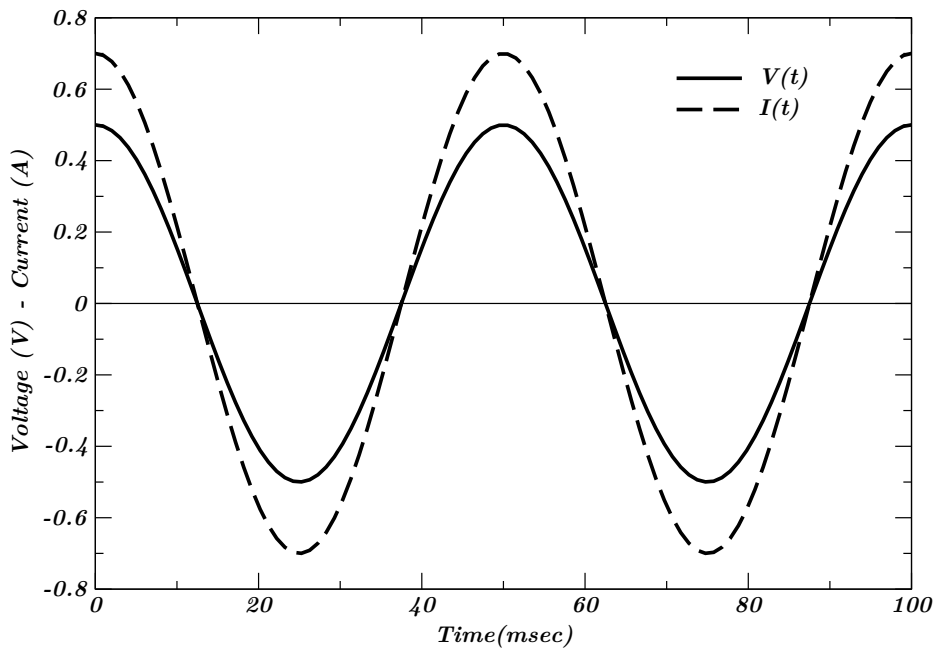
$$V_0 \cos \omega t \approx \frac{1}{C}q \implies q \approx V_0 C \cos \omega t \implies \frac{dq}{dt} \approx V_0 C \frac{d \cos \omega t}{dt} \quad (3.3)$$

$$I \approx -V_0 C \omega \sin \omega t = V_0 C \omega \sin(-\omega t) = V_0 C \omega \cos(\omega t + 90^\circ). \quad (3.4)$$

Στην περίπτωση λοιπόν αυτή η ένταση του ρεύματος θα βρίσκεται σε διαφορά φάσης  $90^\circ$  σε σχέση με την τάση τροφοδοσίας (βλέπε σχήμα 3.3).

Θα περίμενε λοιπόν κανείς, σε μια ενδιάμεση κατάσταση, όπου τα  $V_R$  και  $V_C$  είναι συγκρίσιμα, το ρεύμα και η τάση να έχουν μια διαφορά φάσης ανάμεσα

$$V_R \gg V_C$$



**Σχήμα 3.2:** Όταν  $V_R \gg V_C$  η τάση  $V(t)$  είναι συμφασική με το ρεύμα  $I$ .

στις τιμές  $0^\circ$  και  $90^\circ$  και κάτι αντίστοιχο θα πρέπει να συμβαίνει και με το φορτίο. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι το φορτίο έχει τη μορφή

$$q = q_0 \sin(\omega t + \phi). \quad (3.5)$$

Τότε το ρεύμα (που είναι η παράγωγος του φορτίου) θα έχει τη μορφή

$$I = \frac{dq}{dt} = q_0 \omega \cos(\omega t + \phi) = I_0 \cos(\omega t + \phi), \quad (3.6)$$

όπου  $I_0 = q_0 \omega \implies q_0 = I_0 / \omega$ . Υπ' αυτές τις συνθήκες η εξίσωση 3.1 θα γράφεται

$$V_0 \cos \omega t = I_0 R \cos(\omega t + \phi) + \frac{I_0}{\omega C} \sin(\omega t + \phi) \quad (3.7)$$

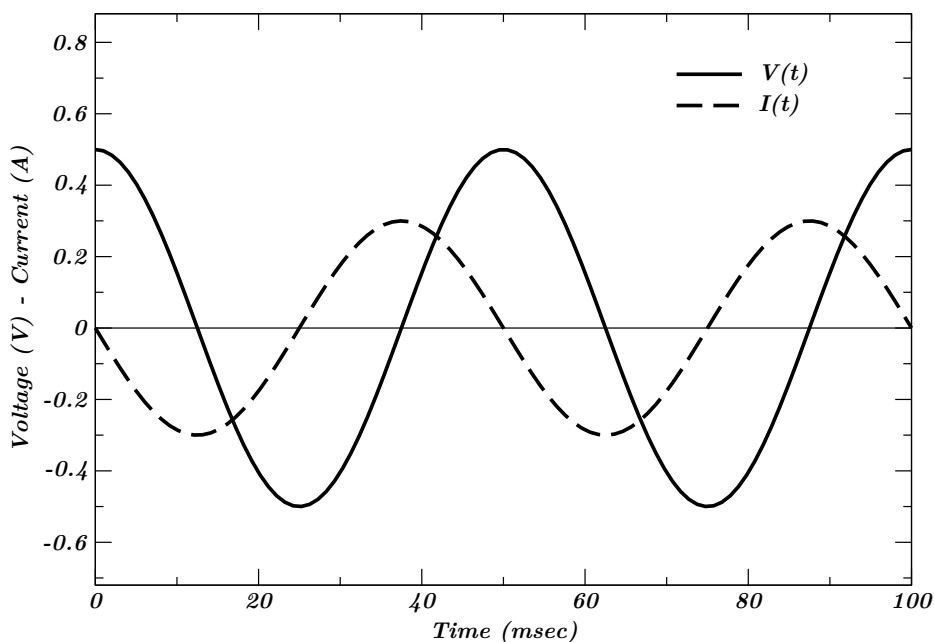
Χρησιμοποιώντας τις τριγωνομετρικές εξισώσεις

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (3.8)$$

και

$$\sin(a + b) = \cos a \sin b + \cos b \sin a, \quad (3.9)$$

$$V_R \ll V_C$$



**Σχήμα 3.3:** Όταν  $V_R \ll V_C$  η τάση  $V(t)$  έχει διαφορά φάσης  $90^\circ$  με το ρεύμα  $I$ .

η εξίσωση 3.7 γίνεται

$$V_0 \cos \omega t = I_0 R \cos \phi \cos \omega t - I_0 R \sin \phi \sin \omega t + \frac{I_0}{\omega C} \sin \phi \cos \omega t + \frac{I_0}{\omega C} \cos \phi \sin \omega t \implies \quad (3.10)$$

$$\left( \frac{V_0}{I_0} - R \cos \phi - \frac{1}{\omega C} \sin \phi \right) \cos \omega t + \left( R \sin \phi - \frac{1}{\omega C} \cos \phi \right) \sin \omega t = 0 \quad (3.11)$$

- Όταν  $\omega t = 0$  τότε  $\cos \omega t = 1$  και  $\sin \omega t = 0$ , και επομένως

$$\frac{V_0}{I_0} - R \cos \phi - \frac{1}{\omega C} \sin \phi = 0 \quad (3.12)$$

- Όταν  $\omega t = 90^\circ$  τότε  $\cos \omega t = 0$  και  $\sin \omega t = 1$ , και επομένως

$$R \sin \phi - \frac{1}{\omega C} \cos \phi = 0 \quad (3.13)$$

Από τις σχέσεις 3.12 και 3.13 έχουμε

$$\tan \phi = \frac{1}{\omega C R} = \frac{X_C}{R} \quad \text{και} \quad R \cos \phi + X_C \sin \phi = \frac{V_0}{I_0}, \quad (3.14)$$

όπου

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (3.15)$$

είναι η λεγόμενη **χωρητική αντίσταση** του πυκνωτή. Αν  $\tan \phi = \frac{a}{b}$  τότε  $\frac{\sin^2 \phi}{\cos^2 \phi} = \frac{a^2}{b^2}$ . Δεδομένου ότι  $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$ , αν υψώσουμε στο τετράγωνο και τα δύο μέλη της πρώτης από τις σχέσεις 3.14 θα έχουμε

- Για το  $\cos \phi$

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos^2 \phi}{\cos^2 \phi} &= \frac{X_C^2}{R^2} \implies \frac{1 - \cos^2 \phi + \cos^2 \phi}{\cos^2 \phi} = \frac{X_C^2 + R^2}{R^2} \\ &\implies \cos \phi = \pm \frac{R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \end{aligned}$$

- Για το  $\sin \phi$

$$\begin{aligned} \frac{1 - \sin^2 \phi}{\sin^2 \phi} &= \frac{R^2}{X_C^2} \implies \frac{1 - \sin^2 \phi + \sin^2 \phi}{\sin^2 \phi} = \frac{R^2 + X_C^2}{X_C^2} \\ &\implies \sin \phi = \pm \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \end{aligned}$$

Επειδή  $\phi \in [0, 90^\circ]$ , θα είναι  $\sin \phi \geq 0$  και  $\cos \phi \geq 0$  και επομένως στις δύο παραπάνω σχέσεις παραμένουν μόνο τα θετικά πρόσημα. Κατά συνέπεια θα έχουμε

$$\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \quad \text{και} \quad \sin \phi = \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \quad (3.16)$$

Αντικαθιστώντας με αυτές τις σχέσεις το  $\sin \phi$  και  $\cos \phi$  στη δεύτερη εκ των εξισώσεων 3.14, έχουμε

$$\frac{V_0}{I_0} = R \frac{R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} + X_C \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \sqrt{X_C^2 + R^2}. \quad (3.17)$$

Καταλήγουμε λοιπόν στις σχέσεις

$$\frac{V_0}{I_0} = \sqrt{X_C^2 + R^2} \quad \text{και} \quad \tan \phi = \frac{X_C}{R}, \quad \text{με} \quad X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (3.18)$$

Επομένως αν σε ένα κύκλωμα πυκνωτή - αντίστασης (RC) σε σειρά, η τάση τροφοδοσίας είναι η εναλλασσόμενη τάση  $V(t) = V_0 \cos \omega t$ , τότε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα βρίσκεται σε διαφορά φάσης σε σχέση με την τάση και έχει τη μορφή  $I(t) = I_0 \cos(\omega t + \phi)$ , όπου η διαφορά φάσης  $\phi$  και η μέγιστη ένταση του ρεύματος  $I_0$  δίνονται από τις σχέσεις 3.18

### 3.2.1 Διερεύνηση των αποτελεσμάτων

Όπως μπορεί να δει κανείς από την πρώτη εκ των δύο εξισώσεων 3.18, ο λόγος της μέγιστης τάσης  $V_0$  προς τη μέγιστη ένταση του ρεύματος  $I_0$  είναι ίσος με την ποσότητα

$$Z = \sqrt{X_C^2 + R^2}. \quad (3.19)$$

Η ποσότητα  $Z$  ονομάζεται **σύνθετη αντίσταση** ή **εμπέδηση** και έχει διαστάσεις αντίστασης. Δεν είναι όμως ίση με την πραγματική αντίσταση  $R$  του κυκλώματος.

Η σύνθετη αυτή αντίσταση  $Z$  δεν είναι μια πραγματική αντίσταση, που καταναλώνει ενέργεια καθώς το ρεύμα περνάει μέσα απ' αυτή, όπως συμβαίνει με την αντίσταση  $R$ . Είναι μια φαινομενική αντίσταση που εμφανίζεται λόγω του γεγονότος ότι όσο περισσότερο το φορτίο συγκεντρώνεται στις πλάκες του πυκνωτή κατά τη συνημιτονοειδή ταλάντωση της τάσης τροφοδοσίας  $V(t)$ , τόσο περισσότερο αυτό αντιστέκεται στην περ' εταίρω συγκέντρωση φορτίου, εξ αιτίας της άπωσης των ομόσημων φορτίων, που περιέχονται σ' αυτές. Το φορτίο θα ταλαντώνεται εξαιτίας της ταλάντωσης της τάσης και του ρεύματος. Στη διάρκεια μιας περιόδου θα αυξάνεται μέχρι να πάρει μια μέγιστη τιμή, μετά ο πυκνωτής θα αποφορτίζεται μέχρι να μηδενιστεί το φορτίο του, μετά θα φορτίζεται ξανά αλλά με αντίθετο φορτίο, μέχρι ξανά το φορτίο να αποκτήσει μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια θα αποφορτιστεί ξανά.

Όσο ο πυκνωτής φορτίζεται, η τάση τροφοδοσίας σπρώχνει τα φορτία να συγκεντρωθούν στις πλάκες του, παρά το γεγονός ότι αυτά (λόγω άπωσης) αντιστέκονται. Όταν στη συνέχεια (λόγω της ταλάντωσης της) η τάση τροφοδοσίας δε θα είναι ικανή να προωθήσει περισσότερα φορτία στις πλάκες του πυκνωτή, τότε ο πυκνωτής θα αρχίσει να αποφορτίζεται. Η κίνηση των φορτίων δε θα οφείλεται πλέον στην τάση τροφοδοσίας του κυκλώματος, αλλά στην αλληλοάπωση των φορτίων, που θα βρίσκονται στις πλάκες του πυκνωτή. Στην πράξη δηλαδή η ενέργεια που αποθηκεύτηκε από την πηγή στις πλάκες του πυκνωτή με τη συγκέντρωση του φορτίου σ' αυτές, τώρα θα αποδίδεται πίσω στο κύκλωμα με την αποφόρτιση του πυκνωτή. Το φαινόμενο θα επαναληφθεί με επαναφόρτιση του πυκνωτή και συγκέντρωση φορτίου και ενέργειας στις πλάκες του, αλλά με αντίθετο πρόσημο φορτίων και στη συνέχεια ο πυκνωτής θα αποφορτιστεί ξανά με τον ίδιο τρόπο, αποδίδοντας ξανά την ενέργεια που θα έχει συγκεντρωθεί στις πλάκες του, πίσω στο κύκλωμα. Αντιλαμβάνεται λοιπόν κανείς ότι στη διάρκεια μιας περιόδου, δεν καταναλώνεται ενέργεια για τη φόρτιση του πυκνωτή αφού αυτή επιστρέφει στο κύκλωμα κατά την αποφόρτισή του, και επομένως η ενέργεια καταναλώνεται μόνο στην αντίσταση  $R$ .

Ας βρούμε τώρα τις τιμές των τάσεων  $V_R$  και  $V_C$  στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή αντίστοιχα. Είχαμε πει νωρίτερα ότι  $V_R = IR$  και  $V_R + V_C = V(t) \implies V_C = V(t) - V_R = V(t) - IR$ . Αντικαθιστώντας στις σχέσεις αυτές τις

τιμές του ρεύματος  $I$  και της τάσης  $V(t)$  παίρνουμε

$$V_R = I_0 R \cos(\omega t + \phi) = V_{R_0} \cos(\omega t + \phi), \quad \mu\epsilon \quad V_{R_0} = I_0 R \quad (3.20)$$

και

$$\begin{aligned} V_C &= V_0 \cos \omega t - I_0 R \cos(\omega t + \phi) \\ &= I_0 Z \cos \omega t - I_0 R (\cos \omega t \cos \phi - \sin \omega t \sin \phi) \\ &= I_0 (Z - R \cos \phi) \cos \omega t + I_0 R \sin \phi \sin \omega t \\ &= I_0 \left( Z - R \frac{R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \right) \cos \omega t + I_0 R \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \sin \omega t \\ &= I_0 \left( Z - \frac{R^2}{Z} \right) \cos \omega t + I_0 R \frac{X_C}{Z} \sin \omega t \\ &= I_0 \left[ \frac{Z^2 - R^2}{Z} \cos \omega t + X_C \frac{R}{Z} \sin \omega t \right] \\ &= I_0 X_C \left( \frac{X_C}{Z} \cos \omega t + \frac{R}{Z} \sin \omega t \right) \\ &= I_0 X_C (\sin \phi \cos \omega t + \cos \phi \sin \omega t) \\ &= I_0 X_C \sin(\omega t + \phi) = V_{C_0} \sin(\omega t + \phi) \quad \mu\epsilon \quad V_{C_0} = I_0 X_C \quad (3.21) \end{aligned}$$

Αν υψώσουμε στο τετράγωνο και τα δύο μέλη της εξίσωσης 3.19 και στη συνέχεια τα πολλαπλασιάσουμε με το τετράγωνο του μέγιστου ρεύματος  $I_0^2$  παίρνουμε  $(I_0 Z)^2 = (I_0 R)^2 + (I_0 X_C)^2$ . Όπως ήδη δείξαμε  $I_0 Z = V_0$ ,  $I_0 R = V_{R_0}$  και  $I_0 X_C = V_{C_0}$ . Κατά συνέπεια η τελευταία σχέση γίνεται

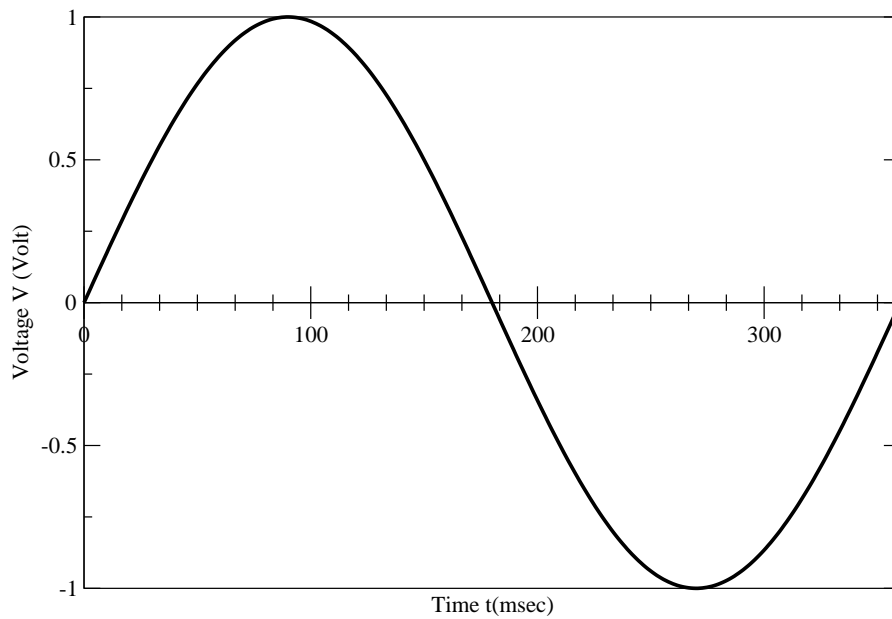
$$V_0^2 = V_{R_0}^2 + V_{C_0}^2. \quad (3.22)$$

Ας σημειωθεί ότι λόγω της διαφοράς φάσης μεταξύ τάσης και έντασης οι τάσεις  $V(t)$ ,  $V_R$  και  $V_C$  δεν παίρνουν ταυτόχρονα τις μέγιστες τιμές τους.

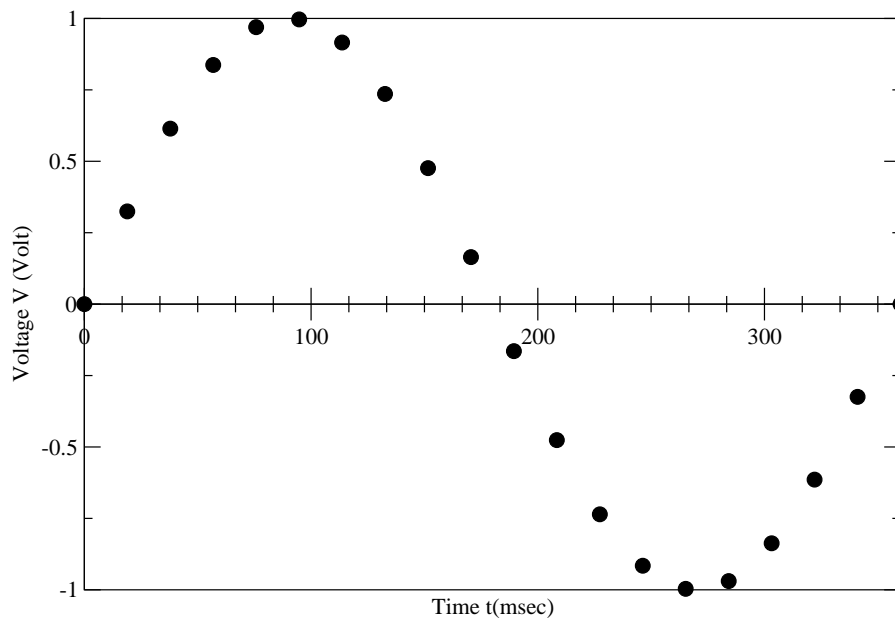
### 3.2.2 Λειτουργία του παλμογράφου

#### Η αναγκαιότητα χρήσης του παλμογράφου

Όταν θέλουμε να μελετήσουμε την τάση  $V$  μιάς σταθερής διαφοράς δυναμικού ή την ένταση ενός σταθερού ρεύματος, τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα γνωστά μας βολτόμετρο και αμπερόμετρο αντίστοιχα. Όταν όμως έχουμε να μετρήσουμε τάσεις ή εντάσεις ρεύματος, που δεν είναι σταθερές, αλλά μεταβάλλονται με το χρόνο, ή όταν θέλουμε να μελετήσουμε αυτή τους τη μεταβολή, τότε θα πρέπει να μπορούμε να μετρήσουμε τις στιγμιαίες τιμές τους  $V_i = V(t_i)$  σε διάφορες διαδοχικές χρονικές στιγμές  $t_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Αν π.χ. θέλουμε να μελετήσουμε μια χρονομεταβαλλόμενη τάση όπως αυτή του σχήματος ::, που



**Σχήμα 3.4:** Ημιτονοειδής τάση ως συνάρτηση του χρόνου



**Σχήμα 3.5:** Τιμές της ημιτονοειδούς τάσης του σχήματος 3.4 σε 20 ισαπέχοντα χρονικά σημεία, στη διάρκεια μιας περιόδου



παριστάνει μια ημιτονοειδή (εναλλασσόμενη) τάση, τότε θα πρέπει να γνωρίζουμε τουλάχιστον ένα πλήθος από 10–20 τιμές της,  $V_i$  σε ισαπέχοντες χρόνους  $t_i$ , στη διάρκεια μιας περιόδου, όπως παριστάνει το σχήμα ;;

Όπως φαίνεται από αυτά τα σχήματα, η περίοδος ταλάντωσης  $T$  της ημιτονοειδούς τάσης είναι  $T = 360msec$  και επομένως η συχνότητά της είναι  $f = 1/T = 2.78Hz$ . Η εναλλασσόμενη τάση εκτελεί δηλαδή περίπου 3 πλήρεις ταλαντώσεις σε χρόνο  $1sec$ . Όπως αντιλαμβάνεται κανείς, αν προσπαθούσαμε με ένα βολτόμετρο να μετρήσουμε τις στιγμιαίες τιμές  $V_i$  αυτής της τάσης στους διάφορους χρόνους  $t_i$  εντός της περιόδου  $T$ , θα ήταν αδύνατο, γιατί η τάση μεταβάλλεται γρηγορότερα από το χρόνο αντίδρασης του ανθρώπινου εγκεφάλου σε χρονικές μεταβολές<sup>1</sup>. Επιπλέον, ακόμα κι αν ο ανθρώπινος εγκέφαλος μπορούσε να αντιληφθεί αυτές τις στιγμιαίες χρονικές τιμές της τάσης, τα μηχανικά μέρη του βολτομέτρου<sup>2</sup> δε θα μπορούσαν να τις ακολουθήσουν λόγω μηχανικής αδράνειας. Το φαινόμενο αυτό θα ήταν τόσο εντονότερο, όσο γρηγορότερες θα ήταν οι χρονικές μεταβολές<sup>3</sup>.

Από τη συζήτηση αυτή αντιλαμβανόμαστε ότι τα αμπερόμετρα και τα βολτόμετρα δεν είναι κατάλληλα όργανα για τέτοιες μετρήσεις. Η ανάγκη ωστόσο για τη μελέτη χρονομεταβαλλόμενων μεγεθών, όπως η τάση και η ένταση του ρεύματος, οδήγησε στην επινόηση οργάνων μέτρησης, που θα μπορούσαν να ικανοποιήσουν αυτή την ανάγκη. Ένα τέτοιο όργανο μέτρησης και παρατήρησης είναι ο **παλμογράφος**.

### Περιγραφή και δυνατότητες του παλμογράφου

Ο παλμογράφος (βλέπε εικόνα 3.6) είναι ένα όργανο μέτρησης και παρατήρησης χρονομεταβαλλόμενων τάσεων, το οποίο διαθέτει ένα ζευγάρι ακροδεκτών (όπως ακριβώς και το βολτόμετρο), στους οποίους συνδέεται η υπό μελέτη τάση. Οι ακροδέκτες αυτοί συνδέονται με τον παλμογράφο με ένα καλώδιο τύπου BNC και η μέτρηση και η παρατήρηση των τάσεων αυτών ως συνάρτηση του χρόνου γίνεται σε μια οθόνη, που διαθέτει ο παλμογράφος. Η οθόνη αυτή εμφανίζει (ή φέρει) δύο ορθογώνιους άξονες και ένα πλέγμα με διάφορες ισαπέχουσες υποδιαίρεσεις τους. Η κάθε υποδιαίρεση (DIVision) χωρίζεται επιπλέον σε 5 μικρότερες υποδιαίρεσεις. Ο άξονας  $x$  παριστάνει το χρόνο και ο άξονας  $y$  την τάση στα άκρα των ακροδεκτών. Επίσης υπάρχουν δύο πολλαπλοί διακόπτες (βλέπε εικόνα 3.7), ένας για την τάση και ένας για το χρόνο, από με τους οποίους μπορούμε να επιλέξουμε την κλίμακα μέτρησης που θα μετράει η κάθε υποδιαίρεση του πλέγματος της οθόνης. Δίπλα στους διακόπτες αυτούς (ή ως ένδειξη στην οθόνη) εμφανίζεται η τιμή της τάσης και του χρόνου

<sup>1</sup>Στην πράξη η ανθρώπινη αντίδραση είναι της τάξης του  $1sec$ . Κατά συνέπεια είναι αδύνατο για τον άνθρωπο, να μπορέσει να μετρήσει, μόνο με τις αισθήσεις του, στιγμιαίες τιμές ενός χρονομεταβαλλόμενου μεγέθους, που εναλλάσσονται γρηγορότερα απ' αυτό το χρόνο.

<sup>2</sup>αν το βολτόμετρο διαθέτε μηχανικά μέρη

<sup>3</sup>δηλαδή όσο μεγαλύτερη θα ήταν η συχνότητα

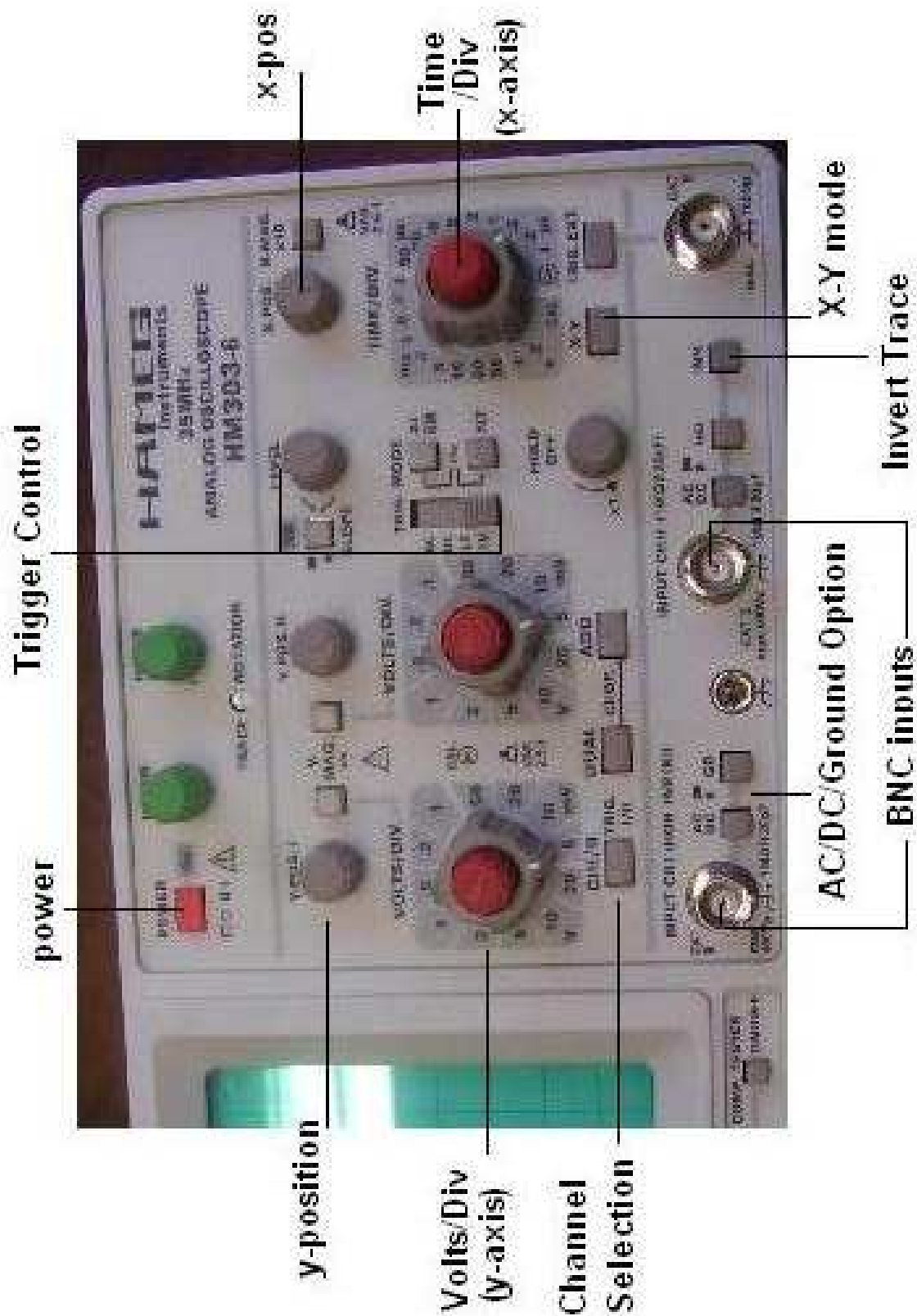


**Σχήμα 3.6:** Ο παλμογράφος

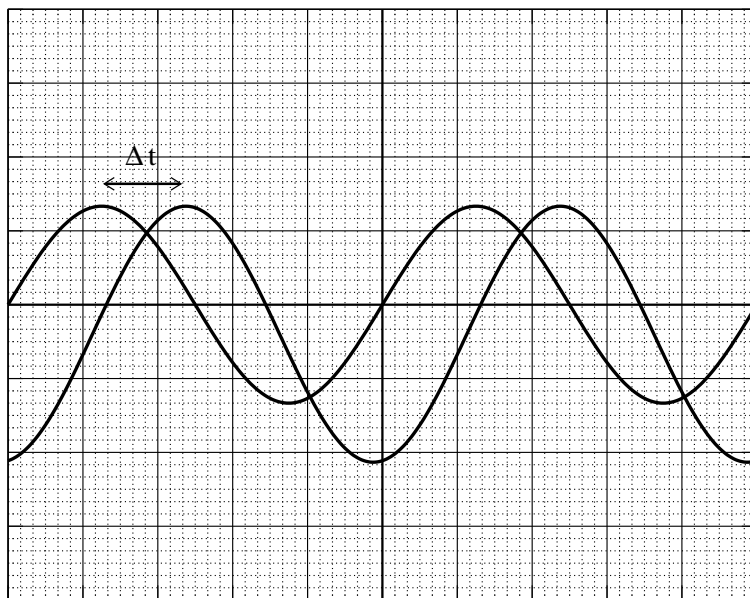
που αντιστοιχούν σε κάθε υποδιαίρεση των αξόνων  $y$  και  $x$  αντίστοιχα. Στην εικόνα 3.7 φαίνονται με τα ονόματα “Volts/div ( $y$ -axis)” και “Time/div ( $x$ -axis)” αντίστοιχα.

Επίσης ο παλμογράφος διαθέτει δύο ακόμη κουμπιά, μέσω των οποίων μπορεί κανείς να μετακινήσει την εικόνα της κυματομορφής με το ένα αριστερά - δεξιά και με το άλλο πάνω - κάτω. Στην εικόνα 3.7 φαίνονται ως “ $x$ -position” “ $y$ -position” αντίστοιχα. Αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να μεταφέρουμε την κυματομορφή σε συγκεκριμένες θέσεις σε σχέση με το πλέγμα της οθόνης, ώστε να γίνει ευκολότερη η μέτρηση. Η μέτρηση με τον παλμογράφο ανάγεται σε μέτρηση αριθμού υποδιαίρεσεων, ο οποίος πολλαπλασιάζεται με την τιμή της τάσης ανά υποδιαίρεση (VOLT/DIV) για τον άξονα  $y$ , ή με την τιμή του χρόνου ανά υποδιαίρεση (TIME/DIV) για τον άξονα  $x$ .

Αν λοιπόν στην οθόνη ενός παλμογράφου εμφανίζεται η κυματομορφή  $V_0 \cos \omega t$ , τότε μετρώντας την απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κορυφές της κυματομορφής βρίσκουμε την περίοδο  $T$  της ταλάντωσής της. Αν π.χ. βρισκόμαστε στην κλίμακα χρόνου  $1 \text{ msec}/\text{DIV}$  και η απόσταση των δύο κορυφών είναι  $4.2 \text{ DIV}$  (υποδιαίρεσεις), τότε η περίοδος  $T$  θα είναι  $T = 4.2 \times 1 \text{ msec} = 4.2 \text{ msec}$ . Έχοντας αυτή την πληροφορία μπορούμε αμέσως να βρούμε τη συχνότητα  $f$  από τη σχέση  $f = 1/T$ , καθώς και την κυκλική συχνότητα  $\omega$  από τη σχέση  $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ . Για να βρούμε την μέγιστη τάση  $V_0$  μετράμε την απόσταση ανάμεσα στη μέγιστη και στην ελάχιστη τιμή της κυματομορφής και τη διαιρούμε με 2. Αν π.χ. βρισκόμαστε στην κλίμακα τάσης των  $0.5 \text{ Volt}/\text{DIV}$  και η απόσταση μεγίστου - ελαχίστου (pick-to-pick) της κυματομορφής είναι



Σχήμα 3.7: Τα κουμπιά του παλμογράφου



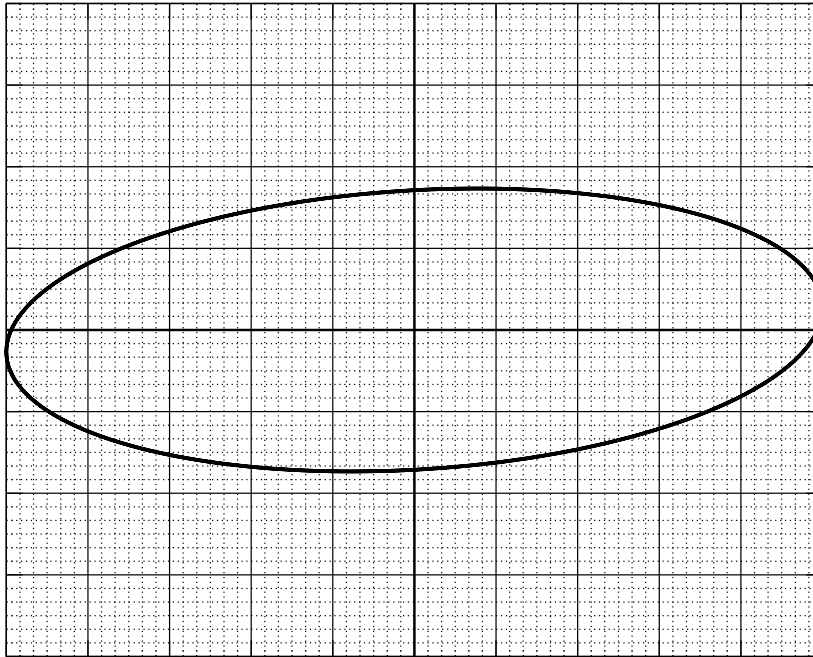
**Σχήμα 3.8:** Οι δύο κυματομορφές όπως θα φαινόνταν στον παλμογράφο. Εδώ η μία κυματομορφή έχει μετατοπιστεί κατά τον άξονα  $y$ , ώστε να είναι εύκολη η μέτρηση της απόστασης των δύο κορυφών, για την εύρεση της διαφοράς φάσης.

$8.4DIV$  η μέγιστη τιμή  $V_0$  της τάσης θα είναι  $V_0 = (8.4/2) \times 0.5V_{olt} = 2.1V_{olt}$ .

Για τη χρονική σύγκριση δύο διαφορετικών χρονομεταβαλλόμενων τάσεων της ίδιας συχνότητας, ο παλμογράφος διαθέτει ένα δεύτερο ζευγάρι ακροδεκτών στο οποίο μπορεί να συνδεθεί μια άλλη τάση, για να μπορεί να παρατηρηθεί - μετρηθεί παράλληλα με την πρώτη. Τα δύο ζευγάρια ακροδεκτών ονομάζονται **κανάλια** του παλμογράφου και έχουμε το κανάλι 1 (CH1) και το κανάλι 2 (CH2). Τα δύο κανάλια είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και κάνουν ακριβώς την ίδια δουλειά. Συνήθως όμως έχουν ένα κοινά συνδεδεμένο ακροδέκτη (την επονομαζόμενη "γείωση"), που αντιστοιχεί στο μαύρο καλώδιο. Στην παράξη αυτό σημαίνει ότι οι ακροδέκτες χρώματος μαύρου των δύο καναλιών βρίσκονται στο ίδιο δυναμικό, που μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει την τιμή 0. Συνδέοντας δύο διαφορετικές χρονομεταβαλλόμενες τάσεις ίδιας συχνότητας στα κανάλια 1 και 2 αντίστοιχα, στην οθόνη του παλμογράφου θα δούμε να εμφανίζονται οι εικόνες τους, όπως στο σχήμα 3.8. Συγκρίνοντας αυτές τις κυματομορφές μπορούμε να δούμε αν εμφανίζουν μεταξύ τους διαφορά φάσης. Αυτή η διαφορά φάσης θα εμφανιστεί από τη διαφορά χρόνου, που θα έχουν οι κορυφές των δύο κυματομορφών. Αν η διαφορά αυτή είναι  $\Delta t$ , τότε η διαφορά φάσης σε μοίρες θα είναι

$$\phi = 360^\circ \frac{\Delta t}{T}. \quad (3.23)$$

Η σχέση αυτή προκύπτει πολύ απλά, αν σκεφτεί κανείς ότι η διαφορά χρόνου μίας περιόδου  $T$  αντιστοιχεί σε διαφορά φάσης  $360^\circ$ .

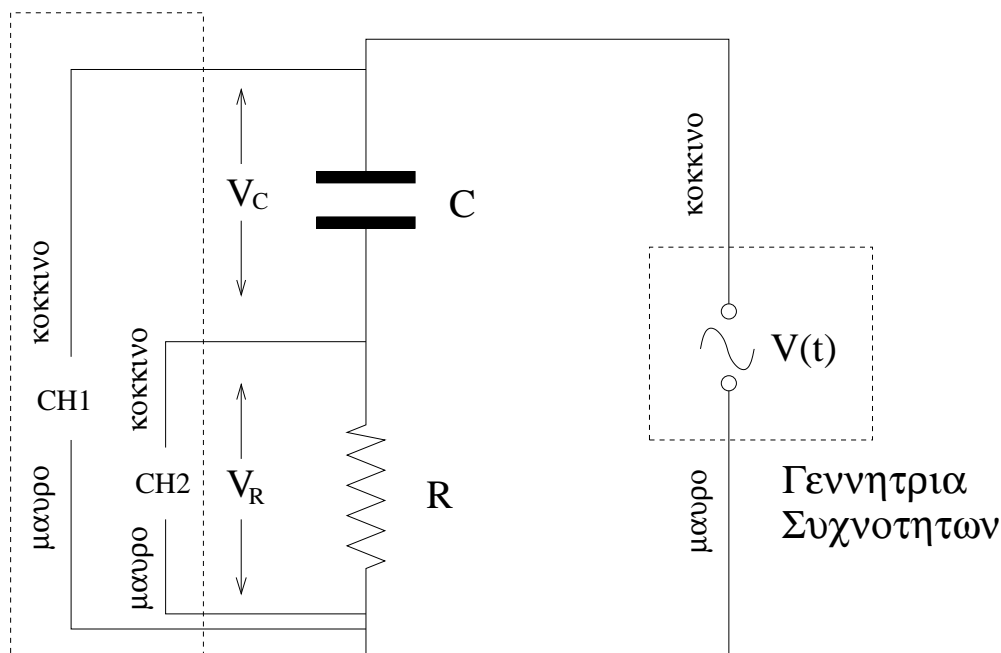


**Σχήμα 3.9:** Η κυματομορφή του καναλιού 2 ως συνάρτηση της κυματομορφής του καναλιού 1, όπως θα φαινόταν στον παλμογράφο.

Εκτός από αυτές τις δυνατότητες, ο παλμογράφος μπορεί ακόμα να απεικονίσει την τάση του ενός καναλιού ως συνάρτηση της τάσης του άλλου. Στο σχήμα 3.9 φαίνεται η τάση του ενός καναλιού ως συνάρτηση της τάσης του άλλου, για τις τάσεις των αντίστοιχων καναλιών του σχήματος 3.8. Τέλος ο παλμογράφος μπορεί ακόμα να απεικονίσει το άθροισμα ή τη διαφορά των κυματομορφών των δύο καναλιών ως συνάρτηση του χρόνου και οι σύγχρονοι ψηφιακοί παλμογράφοι μπορούν να βρουν και τις συχνότητες από τις οποίες αποτελείται μια τυχούσα περιοδική κυματομορφή, που δεν είναι κατ' ανάγκη ένα απλό ημίτονο ή συνημίτονο.

### 3.2.3 Πείραμα 1: Μέτρηση των $V(t)$ και $I(t)$ με τον παλμογράφο.

Στο πείραμα αυτό θα μετρήσουμε την τάση  $V(t)$  και την ένταση  $I(t)$  σε ένα κύκλωμα αντίστασης - πυκνωτή, όταν αυτό τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση. Πριν ξεκινήσουμε να χρησιμοποιούμε τον παλμογράφο, μετράμε την τιμή της αντίστασης  $R$  με ένα ωμόμετρο. Στη συνέχεια πραγματοποιούμε τη συνδεσμολογία του κυκλώματος του σχήματος 3.6. Ως εναλλασσόμενη τάση θα χρησιμοποιήσουμε την τάση από μια γεννήτρια συχνοτήτων. Επειδή ο παλμογράφος μετράει μόνο τάσεις και όχι εντάσεις ρεύματος, προκειμένου να

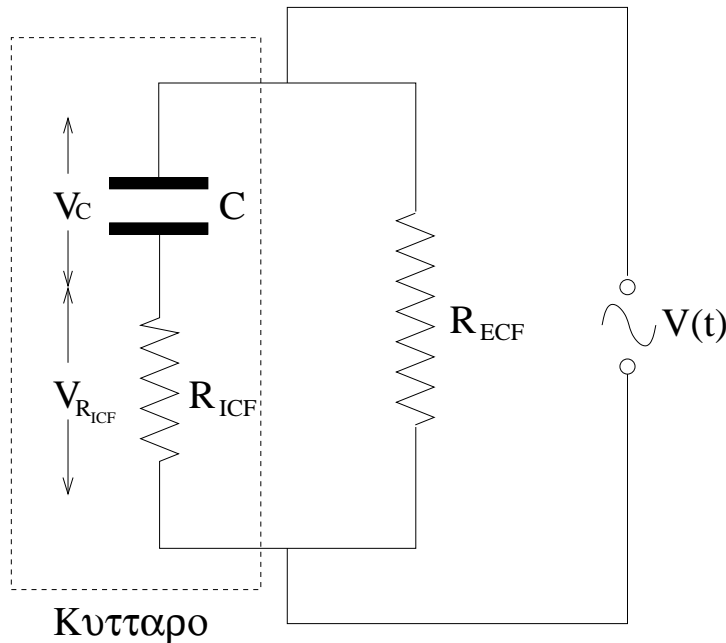


**Σχήμα 3.10:** Η συνδεσμολογία του κυκλώματος

μετρήσουμε το ρεύμα  $I$ , που διαρρέει το κύκλωμα, αξιοποιούμε το γεγονός ότι η τάση στα άκρα της αντίστασης είναι ανάλογη του ρεύματος που τη διαρρέει. Είναι δηλαδή  $V_R(t) = RI(t)$ , πράγμα που σημαίνει ότι το ρεύμα  $I$ , που διαρρέει το κύκλωμα, μπορεί εμέσως να μετρηθεί από την τάση στα άκρα της αντίστασης  $R$ . Στην πράξη λοιπόν, αντί να συγκρίνουμε την τάση  $V(t)$  με το ρεύμα  $I$ , συγκρίνουμε την τάση  $V(t)$  με την τάση  $V_R(t)$ . Επειδή οι μαύροι ακροδέκτες των δύο καναλιών βρίσκονται στο ίδιο δυναμικό, τους συνδέουμε<sup>4</sup> στο κάτω άκρο της αντίστασης, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.10. Ο άλλος ακροδέκτης του καναλιού 1 συνδέεται πάνω από τον πυκνωτή, ώστε να μετράει την τάση  $V$  της πηγής και ο άλλος ακροδέκτης του καναλιού 2 συνδέεται στο άλλο άκρο της αντίστασης.

Για διάφορες τιμές συχνοτήτων, που τις επιλέγουμε από τη γεννήτρια συχνοτήτων, μετράμε τα μεγέθη: περίοδο  $T$ , συχνότητα  $f$ , κυκλική συχνότητα  $\omega$ , μέγιστη τιμή τάσης τροφοδοσίας  $V_0$ , μέγιστη τιμή τάσης στα άκρα της αντίστασης  $V_{R_0}$  και διαφορά φάσης  $\phi$ . Με τα στοιχεία αυτά υπολογίζουμε την τιμή της χωρητικότητας  $C$  του πυκνωτή και κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση της διαφοράς φάσης  $\phi$  και της εμπέδησης  $Z$  ως συνάρτηση της κυκλικής συχνότητας  $\omega$ .

<sup>4</sup>μπορούμε να συνδέσουμε μόνο τον ένα απ' αυτούς, αφού ο άλλος θα βρεθεί κατ' ευθεία στο ίδιο δυναμικό



**Σχήμα 3.11:** Το μοντέλο προσομοίωσης των ανθρώπινων ιστών

### 3.3 Μοντέλο βιοηλεκτρικής εμπέδησης για τον άνθρωπο

Δεδομένου ότι οι κυτταρικές μεμβράνες συμπεριφέρονται ως πυκνωτές και ότι τόσο τα κύτταρα όσο και τα εξωκύτταρια υγρά εμφανίζουν μια ηλεκτρική αντίσταση, το ανθρώπινο σώμα μπορεί να προσομοιωθεί από ένα ηλεκτρικό κύκλωμα που περιέχει ένα πυκνωτή  $C$  και μια αντίσταση  $R_{ICF}$  σε σειρά (που παριστάνουν τα κύτταρα), και μια αντίσταση  $R_{ECF}$  (που παριστάνει τα εξωκύτταρια υγρά) παράλληλα συνδεδεμένη στον κλάδο του πυκνωτή  $C$  και της αντίστασης  $R_{ICF}$ . Το κύκλωμα φαίνεται στο σχήμα 3.11 και προκειμένου να μελετηθεί η σύσταση του σώματος στη βάση αυτού του μοντέλου, το κύκλωμα τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση συχνότητας συνήθως  $50kHz$ .

Ας υποθέσουμε ότι το κύκλωμα αυτό τροφοδοτείται με την εναλλασσόμενη τάση  $V(t) = V_0 \cos \omega t$ . Με αυτό το δεδομένο θα προσπαθήσουμε να βρούμε ποιο θα είναι το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.

Κατ' αρχήν παρατηρούμε ότι τόσο ο κλάδος του πυκνωτή  $C$  και της αντίστασης  $R_{ICF}$ , όσο και ο κλάδος της αντίστασης  $R_{ECF}$ , έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους, που είναι ίση με την τάση τροφοδοσίας  $V(t)$ . Είναι δηλαδή

$$V(t) = R_{ECF} I_{ECF} \quad (3.24)$$

και

$$V(t) = R_{ICF}I_{ICF} + \frac{q}{C}, \quad \text{όπου} \quad I_{ICF} = \frac{dq}{dt}. \quad (3.25)$$

$q$  είναι το φορτίο σε κάθε πλάκα του πυκνωτή.

Αν  $I$  είναι το συνολικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα, αν  $I_{ICF}$  είναι το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο του πυκνωτή  $C$  και της αντίστασης  $R_{ICF}$  και αν  $I_{ECF}$  είναι το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση  $R_{ECF}$ , τότε (όπως προκύπτει από τον πρώτο νόμο του Kirchhoff) το άθροισμα των ρευμάτων των δύο αυτών κλάδων είναι ίσο με το συνολικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα. Είναι δηλαδή

$$I(t) = I_{ICF} + I_{ECF}. \quad (3.26)$$

Από την εξίσωση 3.24 προκύπτει άμεσα ότι

$$I_{ECF} = \frac{V_0}{R_{ECF}} \cos \omega t. \quad (3.27)$$

Η εξίσωση 3.25 είναι ίδια με την εξίσωση 3.1 την οποία ήδη λύσαμε νωρίτερα και βρήκαμε ότι το ρεύμα  $I$  θα είναι της μορφής  $I = I_0 \cos(\omega t + \phi)$ , με τα  $I_0$  και  $\phi$  να δίνονται από τις εξισώσεις 3.18. Στην περίπτωση μας λοιπόν θα έχουμε

$$I_{ICF} = \frac{V_0}{Z_{ICF}} \cos(\omega t + \phi), \quad (3.28)$$

όπου

$$Z_{ICF} = \sqrt{R_{ICF}^2 + X_C^2} \quad \text{και} \quad \tan \phi = \frac{X_C}{R_{ICF}}, \quad \text{με} \quad X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (3.29)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των  $I_{ECF}$  και  $I_{ICF}$  από τις εξισώσεις 3.27 και 3.28 αντίστοιχα, στην εξίσωση 3.26 έχουμε

$$I(t) = \frac{V_0}{R_{ECF}} \cos \omega t + \frac{V_0}{Z_{ICF}} \cos(\omega t + \phi) \quad (3.30)$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση 3.8 η παραπάνω εξίσωση γίνεται

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{V_0}{R_{ECF}} \cos \omega t + \frac{V_0}{Z_{ICF}} (\cos \omega t \cos \phi - \sin \omega t \sin \phi) \\ &= V_0 \left[ \left( \frac{1}{R_{ECF}} + \frac{1}{Z_{ICF}} \cos \phi \right) \cos \omega t - \frac{1}{Z_{ICF}} \sin \phi \sin \omega t \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Οι τιμές των  $\cos \phi$  και  $\sin \phi$  δίνονται από τις σχέσεις 3.16, όπου βεβαίως τώρα το  $R$  είναι το  $R_{ICF}$  και επομένως οι παραπάνω σχέσεις γίνονται

$$I(t) = V_0 \left[ \left( \frac{1}{R_{ECF}} + \frac{1}{Z_{ICF}} \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}} \right) \cos \omega t - \frac{1}{Z_{ICF}} \frac{X_C}{Z_{ICF}} \sin \omega t \right]$$



$$\begin{aligned}
&= V_0 \left[ \left( \frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2} \right) \cos \omega t - \frac{X_C}{Z_{ICF}^2} \sin \omega t \right] \\
&= V_0 \sqrt{\left( \frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2} \right)^2 + \left( \frac{X_C}{Z_{ICF}^2} \right)^2} (\cos \omega t \cos \theta - \sin \omega t \sin \theta) \\
&= V_0 \sqrt{\left( \frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2} \right)^2 + \left( \frac{X_C}{Z_{ICF}^2} \right)^2} \cos(\omega t + \theta) \\
&= I_0 \cos(\omega t + \theta)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

με

$$I_0 = V_0 \sqrt{\left( \frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2} \right)^2 + \left( \frac{X_C}{Z_{ICF}^2} \right)^2}. \tag{3.33}$$

Στην παραπάνω πορεία των πράξεων θεωρήσαμε ότι

$$\cos \theta = \frac{\frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2}}{\sqrt{\left( \frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2} \right)^2 + \left( \frac{X_C}{Z_{ICF}^2} \right)^2}} \tag{3.34}$$

και

$$\sin \theta = \frac{\frac{X_C}{Z_{ICF}^2}}{\sqrt{\left( \frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2} \right)^2 + \left( \frac{X_C}{Z_{ICF}^2} \right)^2}}, \tag{3.35}$$

πράγμα που νομιμοποιούμαστε απόλυτα να το κάνουμε, από τη στιγμή που - για τη συγκεκριμένη γωνία  $\theta$  - οι δύο παραπάνω σχέσεις δίνουν  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ . Υπ' αυτές τις συνθήκες

$$\tan \theta = \frac{\frac{X_C}{Z_{ICF}^2}}{\frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2}} = \frac{R_{ECF} X_C}{Z_{ICF}^2 + R_{ECF} R_{ICF}} = \frac{R_{ECF} X_C}{X_C^2 + R_{ICF}^2 + R_{ECF} R_{ICF}}. \tag{3.36}$$

Και σ' αυτή την περίπτωση λοιπόν καταλήγουμε σε παρόμοιο συμπέρασμα με αυτό του απλού κυκλώματος  $RC$ . Το συμπέρασμα είναι το εξής: Αν το κύκλωμα αντιστάσεων - πυκνωτή του σχήματος 3.11, που προσομοιώνει το ανθρώπινο σώμα, το τροφοδοτήσουμε με την εναλλασσόμενη τάση  $V(t) = V_0 \cos \omega t$ , τότε το ρεύμα  $I(t)$ , που θα διαρρεύσει το συνολικό κύκλωμα θα έχει τη μορφή  $I(t) = I_0 \cos(\omega t + \theta)$ , όπου το  $I_0$  δίνεται από τη σχέση 3.33 και η διαφορά φάσης  $\theta$  από τη σχέση 3.36.

Από τον ορισμό της εμπέδησης, ως ο λόγος της μέγιστης τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα του κυκλώματος, προς τη μέγιστη ένταση που διαρρέει το

κύκλωμα, βρίσκουμε και σ' αυτή την περίπτωση την εμπέδηση  $Z$  του κυκλώματος. Θα έχουμε

$$\frac{1}{Z} = \frac{I_0}{V_0} = \sqrt{\left(\frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2}\right)^2 + \left(\frac{X_C}{Z_{ICF}^2}\right)^2}. \quad (3.37)$$

### 3.3.1 Το ισοδύναμο $RC$ κύκλωμα σε σειρά

Ας προσπαθήσουμε τώρα να βρούμε το ισοδύναμο  $RC$  κύκλωμα σε σειρά, του παραπάνω κυκλώματος, όταν αυτό τροφοδοτείται από μια εναλλασσόμενη τάση συγκεκριμένης κυκλικής συχνότητας  $\omega$ .<sup>5</sup> Το ζητούμενο μπορεί να διατυπωθεί υπό τη μορφή της εξής ερώτησης: Ποιά είναι η αντίσταση  $R^{prime}$  και η χωρητικότητα πυκνωτή  $C'$ , που αν συνδεθούν σε σειρά και τροφοδοτηθούν από τάση  $V(t) = V_0 \cos \omega t$  το κύκλωμα θα διαρρέεται από ρεύμα  $I(t) = I_0 \cos(\omega t + \theta)$ , όπου τα  $I_0$  και  $\theta$  δίνονται από τις εξισώσεις 3.33 και 3.36 αντίστοιχα.

Για να λύσουμε αυτό το πρόβλημα θα πρέπει να εξισώσουμε τις διαφορές φάσης (βλέπε εξισώσεις 3.18 και 3.36) και τις τιμές της μέγιστης έντασης ρεύματος (βλέπε εξισώσεις 3.18 και 3.33) των δύο κυκλωμάτων. Έτσι από την εξίσωση των μέγιστων ρευμάτων θα έχουμε

$$\frac{1}{(X'_C)^2 + (R')^2} = \left(\frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2}\right)^2 + \left(\frac{X_C}{Z_{ICF}^2}\right)^2 \quad (3.38)$$

και από την εξίσωση των διαφορών φάσεως

$$\frac{X'_C}{R'} = \frac{\frac{X_C}{Z_{ICF}^2}}{\frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2}}. \quad (3.39)$$

Από το σύστημα των δύο αυτών εξισώσεων προκύπτει

$$R' = \frac{\frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2}}{\left(\frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2}\right)^2 + \left(\frac{X_C}{Z_{ICF}^2}\right)^2} \quad (3.40)$$

και

$$X'_C = \frac{\frac{X_C}{Z_{ICF}^2}}{\left(\frac{1}{R_{ECF}} + \frac{R_{ICF}}{Z_{ICF}^2}\right)^2 + \left(\frac{X_C}{Z_{ICF}^2}\right)^2}, \quad (3.41)$$

<sup>5</sup>Ένα κύκλωμα Α είναι ισοδύναμο με ένα κύκλωμα Β, αν τα δύο κυκλώματα διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα όταν εφαρμόζεται η ίδια τάση στα άκρα τους

όπου

$$X'_C = \frac{1}{\omega C'} \quad (3.42)$$

Οι τιμές των  $R'$  και  $X'_C$  για  $\omega = 50\text{KHz}$  είναι εκείνες που μετράμε με το όργανο ΒΙΑ και είναι εκείνες που μπαίνουν στις εξισώσεις υπολογισμού του επί τοις εκατό ποσοστού λίπους (%BF). Στο εξής χάριν απλότητας και συντομίας οι τιμές αυτές θα αναφέρονται ως  $R$  και  $X_C$ , χωρίς τον τόνο.

### 3.3.2 Εξισώσεις και μετρήσεις

Αφού μετρήσουμε τις ποσότητες  $X_C$  και  $R$ , είμαστε πλέον σε θέση να υπολογίσουμε διάφορες ποσότητες που εξαρτώνται απ' αυτές. Υπάρχει πληθώρα εξισώσεων για τον υπολογισμό των ποσοτήτων αυτών. Μια απ' αυτές, που υπολογίζει το  $FFM$  σε  $kg$  είναι η ακόλουθη

$$FFM = -4.104 + \frac{0.518(Ht)^2}{R} + 0.231(BM) + 0.13X_C + 4.229(\text{φύλο}), \quad (3.43)$$

όπου  $Ht$  είναι το ύψος σε  $cm$ ,  $BM$  είναι το βάρος σε  $kg$  και η παράμετρος φύλο παίρνει την τιμή 1 για άνδρες και 0 για γυναίκες.

### 3.3.3 Συσκευή ΒΙΑ

Για τη μέτρηση της βιοηλεκτρικής εμπέδησης έχουν αναπτυχθεί συσκευές (όργανα μέτρησης) αποκλειστικά για εφαρμογή σε ανθρώπους. Με τις συσκευές αυτές μετριέται η αντίσταση  $R$ , η χωρητική αντίσταση  $X_C$  και η διαφορά φάσης τάσης - έντασης του ισοδύναμου  $RC$  κυκλώματος σε σειρά. Προκειμένου να λειτουργήσουν αυτές οι συσκευές τοποθετούνται στα άκρα του ανθρώπου 4 ηλεκτρόδια, που παίζουν το ρόλο των αντίστοιχων ακροδεκτών που συνδέονταν στον παλμογράφο. Με τα δύο απ' αυτά εισάγεται στο ανθρώπινο σώμα εναλλασσόμενο ρεύμα και με τα δύο άλλα μετριέται η κυματομορφή του ρεύματος, όπως ακριβώς κάναμε και με τον παλμογράφο.

Με τη συσκευή που διαθέτουμε στο εργαστήριο, οι δύο ακροδέκτες που εισάγουν την εναλλασσόμενη τάση στο ανθρώπινο σώμα, τοποθετούνται ο ένας στο πόδι και ο άλλος στο χέρι της ίδιας πλευράς του σώματος. Οι άλλοι δύο ακροδέκτες, μέσω των οποίων η συσκευή μετράει το ρεύμα, τοποθετούνται επίσης ο ένας στο πόδι και ο άλλος στο χέρι, σε μια απόσταση περίπου  $10cm$  από τους ακροδέκτες εισαγωγής της εναλλασσόμενης τάσης. Η τοποθέτηση των ακροδεκτών γίνονται με κατάλληλα αυτοκόλλητα pads.

Εκτός από αυτές τις επιστημονικές συσκευές κυκλοφορούν στο εμπόριο ζυγαριές οι οποίες κάνουν αντίστοιχους υπολογισμούς και εξάγουν ως έτοιμο αποτέλεσμα το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους. Στις ζυγαριές αυτές οι αντίστοιχοι ακροδέκτες βρίσκονται πάνω στην επιφάνεια της ζυγαριάς και το ρεύμα περνάει στο σώμα μέσω των ποδιών. Επίσης υπάρχουν και αντίστοιχες συσκευές, όπου το ρεύμα περνάει στο σώμα από τα χέρια του ανθρώπου.

Προϋποθέσεις για μια μέτρηση με αξιοποιήσιμα αποτελέσματα<sup>6</sup> μέσω τέτοιων συσκευών, είναι ο εξεταζόμενος να μην έχει φάει για 12 ώρες, να μην έχει καταναλώσει αλκοόλ για 48 ώρες, να μην είναι άρρωστος, να μην έχει μεταλλικές λάμες στο σώμα του, να μην φοράει μεταλλικά αντικείμενα, να μην έχει βηματοδότη, να μην έχει υποβληθεί σε σωματική άσκηση πριν την εξέταση και αν πρόκειται για γυναίκα, να μη έχει περίοδο.

### 3.3.4 Πείραμα 2: Μέτρηση της βιοηλεκτρικής εμπέδησης σε ανθρώπους

Με τη συσκευή μέτρησης της βιοηλεκτρικής εμπέδησης, που διαθέτει το εργαστήριο, πραγματοποιούμε μετρήσεις σε εθελοντές φοιτητές, που έχουν ακολουθήσει τις προϋποθέσεις για μια αξιοποιήσιμη μέτρηση. Με το πρόγραμμα Bodygramm, που συνοδεύει τη συσκευή, υπολογίζουμε το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους στο σώμα  $\%BF$ .<sup>7</sup> Στη συνέχεια κάνουμε τις ίδιες μετρήσεις με τις ζυγαριές μέτρησης της βιοηλεκτρικής εμπέδησης, που διαθέτει το εργαστήριο.

Το ενδιαφέρον μας εστιάζεται στο να δούμε κατά πόσο συσχετίζονται τα αποτελέσματα για το  $\%BF$ , που λαμβάνονται από την επιστημονική συσκευή, με αυτά που λαμβάνονται από τις ζυγαριές και με αυτά που παίρνουμε μέσω της σχέσης 3.43.

## 3.4 Βιβλιογραφία

Για περισσότερες πληροφορίες πάνω στη λειτουργία του παλμογράφου δείτε τις παρακάτω διευθύνσεις του διαδικτύου

- <http://alex.eled.duth.gr/kekkeris/course/cont10.html>
- <http://www.techteam.gr/lofiversio/index.php/t17048.html>
- <http://egnatia.ee.auth.gr/~achrono/fusikh/fusikh15.htm>

Στην τελευταία μάλιστα διεύθυνση θα βρείτε πληροφορίες και για το πείραμα που κάνουμε με το κύκλωμα πυκνωτή - αντίστασης σε σειρά.

<sup>6</sup>η συσκευή πάντα θα μετράει σωστά τη βιοηλεκτρική εμπέδηση. Αν όμως δεν συντρέχουν οι προϋποθέσεις που περιγράφονται, τότε από τις μετρήσεις αυτές δε θα προκύψουν αξιόπιστα αποτελέσματα σε ότι αφορά το ποσοστό λίπους και τα άλλα μεγέθη, που μπορούν να εξαχθούν απ' αυτές τις μετρήσεις.

<sup>7</sup>στην ουσία το Bodygramm δεν κάνει τίποτα άλλο, από το να υπολογίζει το  $\%BF$  μέσω μιας εξίσωσης που υπάρχει ενσωματωμένη στο πρόγραμμα

## Κεφάλαιο 4

# Μέτρηση Ραδιενέργειας

### 4.1 Εισαγωγή

Η ιστορία της ραδιενέργειας αρχίζει το 1896, όταν ο Henry Becquerel, προς μεγάλη του έκπληξη, ανακάλυψε ότι ένα άλας του Ουρανίου εξέπεμπε ένα καινούριο είδος ακτινοβολίας, που ήταν τόσο ισχυρή ώστε να μπορεί να μαυρίζει μια φωτογραφική πλάκα μέσα στο αδιαφανές της περιτύλιγμα. Το 1897 ο Rutherford, στις αρχικές του μελέτες για τη ραδιενέργεια του Ουρανίου, βρήκε ότι η ακτινοβολία είναι τουλάχιστον δύο ειδών. Στο ένα είδος ακτινοβολίας που είχε τη μεγαλύτερη δύναμη ιονισμού και τη μικρότερη εμβέλεια, έδωσε το όνομα **ακτίνες α**. Στο άλλο είδος, που είχε μικρότερη δύναμη ιονισμού και μεγαλύτερη εμβέλεια, έδωσε το όνομα **ακτίνες β**. Οι **ακτίνες γ** αναγνωρίστηκαν ως ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία αρκετά χρόνια αργότερα.

Το πρόβλημα ποιά ήταν η πηγή της νέας αυτής ακτινοβολίας, αντιμετώπισαν μεταξύ άλλων, οι Pierre και Marie Curie οι οποίοι έδωσαν στο φαινόμενο αυτό το όνομα **ραδιενέργεια**. Η ραδιενέργεια επομένως δεν είναι ενέργεια, όπως πολλοί φαντάζονται, συγχέοντας το δεύτερο συνθετικό της λέξης με την ενέργεια. Στην πραγματικότητα ο όρος ραδιενέργεια προέρχεται από τη μετάφραση της λέξης radioactivity, δηλαδή η "ένέργεια" (με την έννοια της δραστηκότητας) του Ραδίου. Ραδιενέργεια επομένως είναι κυρίως η εκπομπή των ακτινοβολιών α,β και γ.

Σήμερα γνωρίζουμε πολύ καλά ότι οι ακτινοβολίες αυτές δεν είναι τίποτα άλλο παρά ακτινοβολίες που προέρχονται από μεταπτώσεις μεταξύ των ενεργειακών σταθμών του πυρήνα, όπως ακριβώς έχουμε δει ότι συμβαίνει με τις μεταπτώσεις των ηλεκτρονίων στις ενεργειακές στάθμες του ατόμου. Η διαφορά είναι ότι στις μεταπτώσεις του πυρήνα εμφανίζεται μεγαλύτερη ποικιλία μηχανισμών απ' ότι στις μεταπτώσεις των ηλεκτρονίων, όπου μοναδικός μηχανισμός μετάπτωσης, όπως ήδη γνωρίζουμε και όπως θα δούμε στα πειράματα της φασματοσκοπίας, είναι η εκπομπή φωτονίου κατά την αποδιέγερση ενός ατόμου από μια στάθμη μεγαλύτερης ενέργειας, σε μια στάθμη μικρότερης.

Μια επίσης σημαντική διαφορά είναι ότι οι ενέργειες που εκλύονται κατά τις ατομικές μεταπτώσεις είναι της τάξεως μερικών  $eV$  σε αντίθεση με τις πυρηνικές μεταπτώσεις που η εκλυόμενη ενέργεια είναι της τάξεως μερικών  $MeV$ .

Έτσι η **ακτινοβολία α** είναι η εκπομπή από των πυρήνα σωματίων α, που είναι πυρήνες Ηλίου  ${}^4_2He$  (δηλ. δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια συνδεδεμένα). Στην ακτινοβολία α, ο πυρήνας εκπέμπει ένα μέρος του εαυτού του με αποτέλεσμα, το στοιχείο που αντιστοιχεί σ' αυτό τον πυρήνα, να μεταστοιχείωνεται στο στοιχείο που έχει δύο λιγότερα νετρόνια και δύο λιγότερα πρωτόνια από το αρχικό.

Η **ακτινοβολία β** είναι η εκπομπή ηλεκτρονίου-αντινετρίνου (ή ποζιτρονίου-νετρίνου) από τον πυρήνα με αποτέλεσμα ο πυρήνας να αυξάνει (ή να ελατώνει) το φορτίο του κατά μια μονάδα και το στοιχείο που αντιστοιχεί σ' αυτόν να μεταστοιχείωνεται στο στοιχείο με ένα επιπλέον (ή ένα λιγότερο) πρωτόνιο και ένα λιγότερο (ή ένα επιπλέον) νετρόνιο.

Η **ακτινοβολία γ** έχει τον ίδιο μηχανισμό με την εκπομπή φωτονίου κατά τις μεταπτώσεις ηλεκτρονίων των ατόμων, όπως τον έχουμε δει στα πειράματα φασματοσκοπίας. Είναι και αυτή φωτόνια αλλά πολύ μεγαλύτερης ενέργειας απ' αυτής των φωτονίων των ηλεκτρονιακών μεταπτώσεων.

Εκτός από τους μηχανισμούς μεταπτώσεων από τις οποίες προκύπτουν οι ακτινοβολίες α, β και γ, υπάρχουν τρεις ακόμα μηχανισμοί μεταπτώσεων και όλοι μαζί οι έξι μηχανισμοί συνθέτουν αυτό που σήμερα ονομάζουμε ραδιενέργεια. Οι μηχανισμοί αυτοί είναι: (α) η **πυρηνική σχάση** κατά την οποία ο πυρήνας σπάει σε δύο περίπου ίσα κομμάτια και συμβαίνει μόνο στα πολύ βαριά στοιχεία, (β) η **εσωτερική μετατροπή** κατά την οποία ο πυρήνας μεταβιβάζει την επί πλέον ενέργεια του σε ένα ατομικό ηλεκτρόνιο και το εκτοξεύει απ' το άτομο και (γ) η **τροχιακή σύλληψη** κατά την οποία ο πυρήνας συλλαμβάνει και καταστρέφει ένα ηλεκτρόνιο με την ταυτόχρονη δημιουργία και εκπομπή ενός νετρίνου.

Ένας πληρέστερος λοιπόν ορισμός της ραδιενέργειας, που περιλαμβάνει και τους έξι αυτούς μηχανισμούς, είναι ο ακόλουθος. **Ραδιενέργεια είναι η εκπομπή ενέργειας από τον πυρήνα κατά τις πυρηνικές μεταπτώσεις.**

Η επίδραση της ραδιενέργειας στους ζωντανούς οργανισμούς είναι δυνατό να επιφέρει σ' αυτούς σημαντικές και ανεπανόρθωτες βλάβες. Σε μεγάλες δόσεις προκαλεί ζημιά στα βιολογικά μακρομόρια, συμπεριλαμβανομένου και του *DNA*, με αποτέλεσμα ακόμα και γενετικές μεταλλάξεις. Παρ' όλα αυτά οι ίδιες ιδιότητες που την καθιστούν επιβλαβή, την καθιστούν και χρήσιμη. Τα ραδιενεργά στοιχεία χρησιμοποιούνται σε ιατρικές εφαρμογές ως ιχνηθέτες για τη διαγνωστική (π.χ. το  ${}^{131}_{53}I$  στο θυροειδή, το  ${}^{53}_{16}S$  στο δέρμα, το  ${}^{59}_{26}Fe$  στο αίμα κ.τ.λ.) και για θεραπευτικούς σκοπούς (π.χ. ακτινοβόληση όγκων). Χρησιμοποιούνται επίσης σε τεχνικές αποστείρωσης. Η ακτινοβόληση τροφίμων για τη συντήρησή τους αποτελεί ένα άλλο τομέα εφαρμογής της ραδιενέργειας. Εφαρμόστηκε για πρώτη φορά το 1916 στη Σουηδία για τη συντήρηση φρούλων. Ο σκοπός ήταν να προλάβουν την αλοιώσή τους από μύκητες όπως ο Botrytis

ciperea, ώστε να επεκτείνουν την περίοδο που θα μπορούσαν οι φράουλες να εκτεθούν στα μανάβικα. Σήμερα η μέθοδος της συντήρησης και αποστείρωσης τροφίμων με ακτινοβολία κερδίζει συνεχώς έδαφος. Πάνω από 40 χώρες έχουν υιοθετήσει τη μέθοδο αυτή για πάνω από 60 διαφορετικά είδη τροφίμων, που εκτείνονται από τα σιτηρά και τα καρυκεύματα, μέχρι τα κρέατα και τα γαλακτοκομικά προϊόντα, όπως επίσης σε φρούτα και λαχανικά. Η ακτινοβολία των τροφίμων με ραδιενεργές πηγές δεν μεταφέρει ραδιενεργά στοιχεία στα τρόφιμα, ούτε είναι ικανή να προκαλέσει μεταστοιχειώσεις των συστατικών τους και μ' αυτή την έννοια είναι τελείως αβλαβής για τον καταναλωτή αυτών των τροφών. Ιδιαίτερα στις υγρές τροφές όπως το γάλα, η ακτινοβολία εμφανίζεται με το όνομα 'ψυχρή παστερίωση' αφού με την ακτινοβολία τους επιτυγχάνεται το ίδιο αποτέλεσμα με την παστερίωση, χωρίς να χρειαστεί να αυξηθεί η θερμοκρασία τους.

Μια άλλη εφαρμογή της ραδιενέργειας, η οποία βρίσκεται κάτω από έντονη κριτική, έχοντας τόσο φανατικούς υποστηρικτές όσο και φανατικούς επικριτές, είναι η παραγωγή μεταλλαγμένων τροφών. Περιορίζοντας τη δόση της ραδιενέργειας σε ένα κατάλληλο εύρος είναι δυνατό να παραχθούν μεταλλαγμένα φυτά τα οποία διατηρούν τη βιωσιμότητά τους και εμφανίζουν βελτίωση σε ορισμένα χαρακτηριστικά σε σχέση με τα πατρικά φυτά.

Στο πείραμα που θα πραγματοποιηθεί θα μας δοθεί η δυνατότητα να υπολογίσουμε τον αριθμό των ραδιενεργών πυρήνων κάποιων ραδιενεργών δειγμάτων που θα μας δοθούν. Θα μπορέσουμε να μετρήσουμε το ρυθμό με τον οποίο πραγματοποιούνται οι διασπάσεις αυτές και τέλος θα μπορέσουμε να υπολογίσουμε το πάχος των τοιχωμάτων συγκεκριμένων υλικών τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για **θωράκιση** (δηλ. για να μας προστατεύσουν από τη ραδιενέργεια).

## 4.2 Θεωρητικό μέρος

### 4.2.1 Ραδιενεργές διασπάσεις - Ενεργότητα - Χρόνος υποδιπλασιασμού - Μέσος χρόνος ζωής

Οι ραδιενεργές διασπάσεις, οι οποίες όπως είπαμε συνοδεύονται από εκπομπή ακτινοβολίας  $\alpha$ ,  $\beta$  ή  $\gamma$ , συμβαίνουν κατά τυχαίο τρόπο. Το φαινόμενο είναι καθαρά πιθανοκρατικό. Ο κάθε ραδιενεργός πυρήνας ενός ορισμένου είδους (στοιχείου) έχει μια καθορισμένη πιθανότητα διάσπασης ανά μονάδα χρόνου  $p = 1/\tau$ . Χρησιμοποιώντας αυτή την πληροφορία μπορεί κανείς να αποδείξει ότι αν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  υπάρχουν  $N_0$  ραδιενεργά υλικά  $N_0$  αδιάσπαστοι πυρήνες, τότε σε χρόνο  $t$  θα έχουν μείνει στο υλικό αυτό  $N(t)$  αδιάσπαστοι πυρήνες που θα δίνονται από τη σχέση:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{όπου} \quad \lambda = 1/\tau \quad (4.1)$$

$Z$	Ισότοπο	$T$	Ισότοπο	$T$	Ισότοπο	$T$	Ισότοπο	$T$	Ισότοπο	$T$
81	$^{206}\text{Pb}$	4.2min	$^{210}\text{Pb}$	1.3min						
82	$^{206}\text{Pb}$	σταθερό	$^{210}\text{Pb}$	22y	$^{212}\text{Pb}$	26.8min				
83	$^{210}\text{Bi}$	5day	$^{214}\text{Bi}$	19.8min						
84	$^{210}\text{Po}$	138day	$^{212}\text{Po}$	0.3μsec	$^{214}\text{Po}$	164sec	$^{216}\text{Po}$	0.15sec	$^{218}\text{Po}$	3min
85	$^{209}\text{At}$	5.4hour	$^{218}\text{At}$	2sec						
86	$^{217}\text{Rn}$	0.54msec	$^{222}\text{Rn}$	3.82day						
88	$^{226}\text{Ra}$	1600y								
90	$^{228}\text{Th}$	1.9y	$^{230}\text{Th}$	$7.7 \times 10^4 y$	$^{232}\text{Th}$	$1.4 \times 10^{10} y$				
91	$^{234}\text{Pa}$	1.17min								
92	$^{234}\text{U}$	$2.4 \times 10^5 y$	$^{235}\text{U}$	$1.4 \times 10^{10} y$	$^{238}\text{U}$	$4.5 \times 10^9 y$				

**Πίνακας 4.1:** Τυπικοί χρόνοι ημιζωής  $T$  μερικών ραδιενεργών στοιχείων. ( $y = year =$  έτος)

Είναι προφανές ότι όσο μεγαλύτερο είναι το  $\lambda$  τόσο περισσότερο ραδιενεργός είναι ο πυρήνας αυτού του στοιχείου.

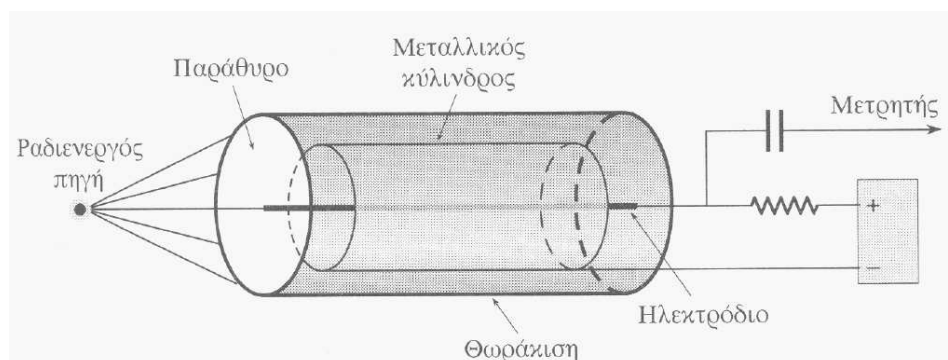
Ορίζουμε ως χρόνο υποδιπλασιασμού (ή χρόνο ημιζωής) το χρόνο  $T$  που χρειάζεται για να διασπαστούν οι μισοί πυρήνες του δείγματος και η τιμή του είναι  $T = \tau \ln 2 = \ln 2 / \lambda$  (να το αποδείξετε). Οι χρόνοι υποδιπλασιασμού κυμαίνονται μεταξύ των τιμών  $10^{-7} \text{sec} - 10^{13} \text{years}$ . Ο χρόνος ημιζωής για μερικά ραδιενεργά ισότοπα φαίνεται στον πίνακα 4.1. Στην πραγματικότητα εκείνο που μετράμε πειραματικά, δεν είναι ο αριθμός των πυρήνων που μένουν αδιάσπαστοι, αλλά ο αριθμός των πυρήνων που διασπώνται στη μονάδα του χρόνου. Μετράμε δηλαδή το ρυθμό της διάσπασης  $R = -\Delta N / \Delta t$ . Το ρυθμό αυτό τον ονομάζουμε ένταση  $R$  της διάσπασης ή ενεργότητα ή ραδιενέργεια. Με απλή παραγωγή της σχέσης (1) προκύπτει ότι (να το αποδείξετε)

$$R(t) = R_0 e^{-t/\tau} = R_0 e^{-\lambda t}, \quad \text{όπου} \quad R_0 = N_0 / \tau = N_0 \lambda \quad (4.2)$$

$R_0$  είναι ο ρυθμός διάσπασης των πυρήνων τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Η ποσότητα  $\tau$  μπορεί να δείξει κανείς ότι ισούται με το μέσο χρόνο ζωής του πυρήνα (δηλ. τη μέση τιμή του χρόνου που απαιτείται, ώστε ο πυρήνας αυτός να διασπαστεί). Γι αυτό ονομάζεται μέσος χρόνος ζωής. Επομένως ο χρόνος υποδιπλασιασμού (ημιζωής) ισούται με 0.693 φορές του μέσου χρόνου ζωής.

Μονάδα της ενεργότητας στο  $SI$  είναι το  $1Bq$  (Becquerel) που ισούται με μία διάσπαση ανά δευτερόλεπτο. Είναι προφανές ότι όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα του δείγματος τόσο μεγαλύτερη θα είναι η ενεργότητά του. Για το λόγο αυτό ορίζεται η ειδική ενεργότητα ως η ενεργότητα ανά μονάδα μάζας. Για την εκτίμηση της επίδρασης της ακτινοβολίας στη ζωντανή ύλη η γνώση της ενεργότητας είναι ανεπαρκής. Για το λόγο αυτό ορίζονται άλλα μεγέθη (όπως η δόση) και άλλες μονάδες (όπως το *Roentgen* ή το *rem*). Όμως για τις ανάγκες της παρούσας εργαστηριακής άσκησης δε θα χρειαστούμε αυτά τα μεγέθη και αυτές τις μονάδες και δε θα αναφερθούμε σ' αυτά περισσότερο.





**Σχήμα 4.1:** Ανιχνευτής Geiger-Müller

### 4.2.2 Ο Ανιχνευτής Geiger-Müller

Οι ραδιενεργές διασπάσεις μπορούν να ανίχνευθούν και να μετρηθούν με διάφορους τρόπους. Ένας απ' αυτούς εκμεταλεύεται την ιδιότητα των ραδιενεργών ακτινοβολιών να προκαλούν ιονισμό (δηλ. να αναγκάζουν κάποια ηλεκτρόνια των ατόμων να φεύγουν απ' το άτομο). Αυτό γίνεται μέσα στις συσκευές Geiger-Müller. Μια συσκευή Geiger-Müller αποτελείται από ένα κλειστό μεταλλικό σωλήνα που περιέχει ένα μίγμα αερίου (ευγενές αέριο π.χ.  $Ar$  με κάποιο αλογόνο) σε χαμηλή πίεση και ένα λεπτό συρμάτινο ηλεκτρόδιο (σύρμα) τοποθετημένο κατά μήκος του άξονά τους. Ανάμεσα στο συρμάτινο ηλεκτρόδιο και στο μεταλλικό σωλήνα εφαρμόζεται μια διαφορά δυναμικού. Ο σωλήνας συνδέεται στον αρνητικό πόλο και παίζει το ρόλο καθόδου, ενώ το συρμάτινο ηλεκτρόδιο συνδέεται στο θετικό πόλο και παίζει το ρόλο ανόδου, δημιουργώντας έτσι ένα ηλεκτρικό πεδίο μέσα στο σωλήνα. Οι δύο βάσεις του σωλήνα κλείνονται με μονωτικό υλικό και παίζουν το ρόλο εισόδου της ακτινοβολίας, ενώ ο ίδιος ο σωλήνας θωρακίζεται ώστε να μην μπορεί να εισέλθει μέσω αυτού η ακτινοβολία.

Όταν μια ραδιενεργός ακτινοβολία εισέλθει μέσα στο χώρο του σωλήνα, προκαλεί ιονισμό του ευγενούς αερίου. Το ελεύθερο ηλεκτρόνιο που προκύπτει από τον ιονισμό, λόγω του αρνητικού του φορτίου, οδηγείται στο συρμάτινο ηλεκτρόδιο που βρίσκεται σε θετικό δυναμικό και συλλέγεται ως παλμός από ένα ηλεκτρονικό μετρητή. Έτσι η ακτινοβολία ανιχνεύεται.

Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στο μεταλλικό σωλήνα και στο συρμάτινο ηλεκτρόδιο είναι καθοριστική στη σωστή λειτουργία του μετρητή. Αν είναι μικρή τότε το ηλεκτρικό πεδίο που θα δημιουργηθεί δε θα είναι επαρκές για να οδηγήσει τα ιονισθέντα ηλεκτρόνια στην κάθοδο και κάποια απ' αυτά θα χαθούν. Αν είναι μεγάλη μπορεί να ανιχνεύσει επιπλέον λανθασμένους παλμούς. Ανάμεσα σ' αυτά τα δύο άκρα υπάρχει μια περιοχή διαφορών δυναμικού, το κέντρο της οποίας αποτελεί την καταλληλότερη τιμή διαφοράς δυναμικού για τη σωστή λειτουργία του ανιχνευτή.

### 4.2.3 Ακτινοβολία υποβάθρου

Ο ανιχνευτής Geiger-Müller, ακόμα κι αν δεν εκτίθεται σε μια ραδιενεργό πηγή, εμφανίζεται να μετράει κάποιους παλμούς. Οι παλμοί αυτοί οφείλονται σ' αυτό που λέμε ακτινοβολία υποβάθρου. Η ακτινοβολία υποβάθρου προέρχεται από την κοσμική ακτινοβολία αλλά και από ίχνη ραδιενεργών στοιχείων που μπορεί να υπάρχουν γύρω μας. Η ακτινοβολία του υποβάθρου πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν στην πειραματική άσκηση που θα πραγματοποιήσουμε και θα πρέπει να αφαιρεθεί από τις μετρήσεις που θα πάρουμε για τη ραδιενεργό πηγή που μελετάμε. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με συχνές μετρήσεις της ακτινοβολίας υποβάθρου κατά τη διάρκεια του πειράματος.

### 4.2.4 Απορρόφηση από υλικά - Θωράκιση

Πέρα από το καθαρά επιστημονικό ενδιαφέρον για την απορρόφηση της ραδιενέργειας από διάφορα υλικά, το ενδιαφέρον για την απορρόφηση εστιάζεται στον προσδιορισμό του πάχους των διάφορων υλικών που μπορούν να καταστούν κατάλληλα για τη θωράκιση από τις ακτινοβολίες.

Εξαιτίας της διαφορετικής τους φύσης, οι ακτινοβολίες  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  απορροφώνται από την ύλη σε διαφορετικό βαθμό. Στο συγκεκριμένο πείραμα θα μας απασχολήσει η απορρόφηση της ακτινοβολίας  $\beta$  και  $\gamma$ . Για τις ακτινοβολίες αυτές, η εξασθένησή τους ως συνάρτηση του πάχους του υλικού ακολουθεί ένα νόμο εκθετικής πτώσης και δίνεται από τη σχέση :

$$I(d) = I_0 e^{-\mu d} \quad (4.3)$$

όπου  $R(d)$  είναι ο αριθμός των παλμών στη μονάδα του χρόνου, που ανιχνεύει ο ανιχνευτής Geiger-Müller όταν μπροστά απ' αυτόν βρίσκεται ένα υλικό που απορροφάει την ακτινοβολία και έχει πάχος  $d$ ,  $I_0$  είναι ο αντίστοιχος αριθμός παλμών στη μονάδα του χρόνου, όταν δεν υπάρχει απορρόφηση και  $\mu$  είναι η σταθερά της απορρόφησης.

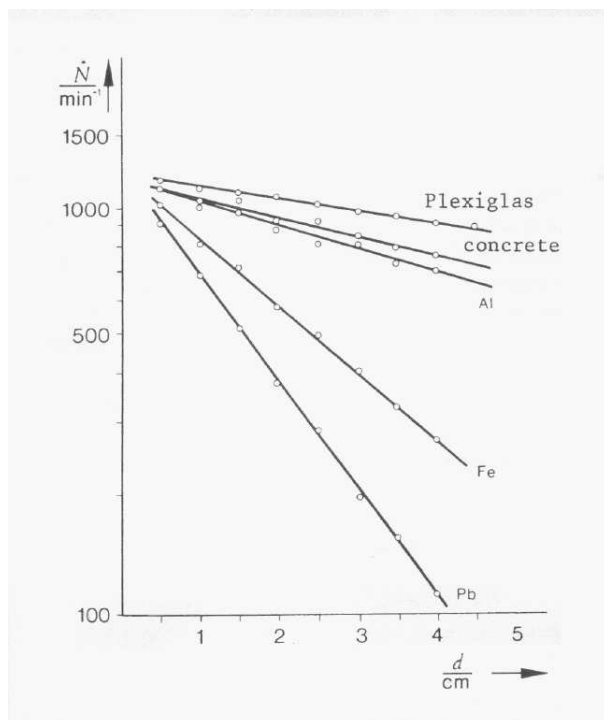
Λογαριθμίζοντας τη σχέση προκύπτει ότι (να το δείξετε)

$$\log I(d) = \log I_0 - \mu d \log e \quad (4.4)$$

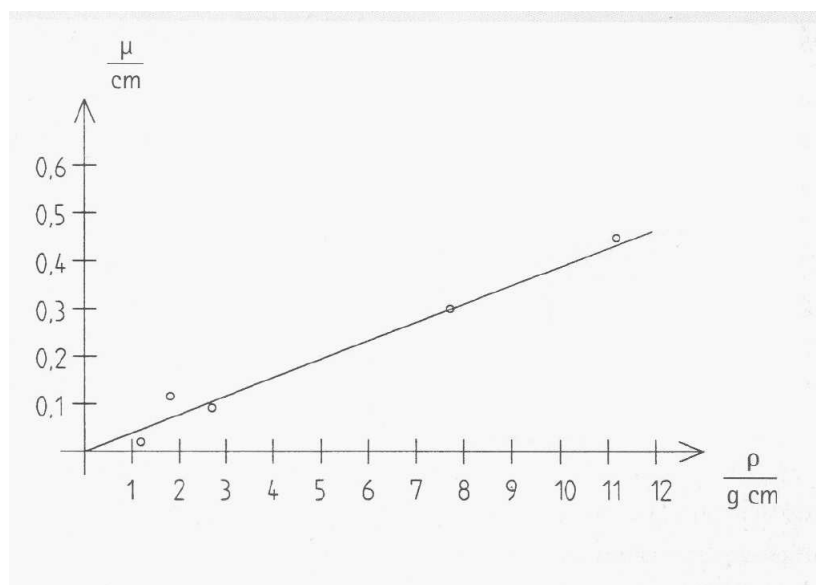
Επομένως οι μετρήσεις του  $\log I(d)$  σε συνάρτηση της απόστασης  $d$  πρέπει να παριστάνουν μια ευθεία με κλίση  $-\log e \mu$  και σταθερά  $\log I_0$ , η οποία μπορεί να απεικονισθεί είτε σε μιλιμετρέ χαρτί, (είτε για περισσότερη ευκολία σε ημι-λογαριθμικό χαρτί), με χρήση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. Μπορεί έτσι να υπολογιστεί η σταθερά της απορρόφησης  $\mu$  για κάθε υλικό.

Στην εικόνα 9.2 φαίνεται η παραπάνω γραφική παράσταση σε ημιλογαριθμικό χαρτί για διάφορα απορροφητικά υλικά, όπως *plexiglass*, μπετόν, *Al*, *Fe*, *Pb*.

Η σταθερά  $\mu$  της απορρόφησης εξαρτάται από την πυκνότητα του υλικού που απορροφάει και είναι ανάλογη αυτής. Γνωρίζοντας τις πυκνότητες των



**Σχήμα 4.2:** Ρυθμός μετρήσεων ως συνάρτηση του πάχους  $d$  του υλικού



**Σχήμα 4.3:** Σταθερά απορρόφησης ως συνάρτηση της πυκνότητας των διαφόρων υλικών (από αριστερά προς τα δεξιά: *plexiglass*, μπιτόν, *Al*, *Fe*, *Pb*)

διαφόρων υλικών και έχοντας προσδιορίσει τη σταθερά της απορρόφησης με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων όπως ήδη δείξαμε, μπορούμε πάλι με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων να προσδιορίσουμε τη σταθερά αναλογίας ανάμεσα στη σταθερά  $\mu$  και στην πυκνότητα των διαφόρων απορροφητικών υλικών. Στην εικόνα 9.3 φαίνεται αυτή η ευθεία καθώς και τα πειραματικά σημεία.

### 4.3 Πειραματικό μέρος

Η πειραματική συσκευή που θα χρησιμοποιήσουμε φαίνεται στο σχήμα 9.4. Αποτελείται από ένα σωλήνα Geiger-Müller ο οποίος συνδέεται με ένα καταγραφικό των παλμών που συλλέγονται. Το καταγραφικό αυτό έχει τη δυνατότητα να μετράει τους παλμούς που έρχονται από το σωλήνα Geiger-Müller σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα τα οποία μπορούν να προεπιλεχθούν. Τα προεπιλεγμένα αυτά χρονικά διαστήματα είναι 1, 10, 60, και 100sec. Αν χρησιμοποιήσουμε αυτές τις επιλογές στο πείραμά μας, μπορούμε, μετά από κάθε μέτρηση, πατώντας reset και start να επαναλάβουμε τη μέτρηση για ένα άλλο ίσο χρονικό διάστημα. Υπάρχει επίσης η επιλογή  $\infty$  κατά την οποία ο μετρητής μετράει όσους παλμούς έρχονται μέχρι εμείς να επιλέξουμε, πατώντας το stop να τον σταματήσουμε να μετράει. Για να επαναλάβουμε μια άλλη μέτρηση θα πρέπει να πατήσουμε ξανά reset και start. Μια άλλη επιλογή που υπάρχει είναι να μετρήσουμε το ρυθμό των παλμών ανά 10sec. Στο πέρας κάθε 10sec η ένδειξη του μετρητή αναφέρεται στον αριθμό των παλμών που ανιχνεύθηκαν στη διάρκεια αυτών των 10sec.

Στο πείραμα που θα εκτελέσουμε θα μετρήσουμε το ρυθμό των διασπάσεων των ραδιενεργών πηγών  $^{60}\text{Co}$  και  $^{90}\text{Sr}$ . Επειδή το φαινόμενο είναι τυχαίο θα χρησιμοποιήσουμε τη στατιστική ανάλυση των μετρήσεών μας. Θα τοποθετήσουμε το ραδιενεργό δείγμα ακριβώς απέναντι από το σωλήνα Geiger-Müller σε μια συγκεκριμένη απόσταση μερικών cm και θα αρχίσουμε να παίρνουμε μετρήσεις.

Το πρώτο που μας ενδιαφέρει είναι να δείξουμε ότι οι διασπάσεις συμβαίνουν με τυχαίο τρόπο και έχουν μια σταθερή πιθανότητα διάσπασης που εξαρτάται από τον κάθε διαφορετικό πυρήνα. Υπ' αυτή την προϋπόθεση, η κατανομή που θα πρέπει να ακολουθούν οι ραδιενεργές διασπάσεις πρέπει να είναι μια κατανομή *Poisson*, η οποία για άπειρο αριθμό μετρήσεων προσεγγίζει την κατανομή *Gauss*. Προκειμένου να διαπιστώσουμε αν η κατανομή των μετρήσεών μας ακολουθεί μια τέτοια κατανομή, θα πρέπει κατ' αρχήν να βρούμε την κατανομή που έχουν οι διασπάσεις που μετράμε. Για το λόγο μετράμε 100 φορές<sup>1</sup> τον αριθμό των διασπάσεων που συμβαίνουν<sup>2</sup> σε χρόνο  $t = 10\text{sec}$ .

<sup>1</sup>100 μετρήσεις

<sup>2</sup>στην πραγματικότητα μετράμε τον αριθμό των διασπάσεων, που ανιχνεύει ο ανιχνευτής Geiger - Müller, ο οποίος ωστόσο είναι ανάλογος του πραγματικού αριθμού διασπάσεων



**Σχήμα 4.4:** Η πειραματική διάταξη

Στη συνέχεια θα βρούμε την κατανομή των 100 μετρήσεων, περιμένοντας ότι η κατανομή τους θα είναι περίπου ίδια<sup>3</sup> με την πραγματική κατανομή του αριθμού των διασπάσεων για το χρονικό διάστημα των 10sec.

Αν  $N_{max}$  και  $N_{min}$  είναι ο μέγιστος και ο ελάχιστος αριθμός διασπάσεων που βρίσκουμε, τότε χωρίζουμε το διάστημα  $[N_{max}, N_{min}]$  σε 10 ίσα διαστήματα. Δεδομένου ότι το εύρος του διαστήματος  $[N_{max}, N_{min}]$  είναι  $N_{max} - N_{min}$ , το εύρος κάθενας από τα 10 αυτά ίσα διαστήματα θα έχει εύρος  $\Delta N = (N_{max} - N_{min})/10$ . Αν αριθμίσουμε τα διαστήματα αυτά από το 1 ως το 10, ξεκινώντας από το αριστερότερο ευρισκόμενο διάστημα, τότε το διάστημα υπ' αριθμόν  $i$  θα είναι το διάστημα  $[N_{i-1}, N_i]$ , όπου  $N_i = N_{min} + i\Delta N$ . Προκειμένου να απαντήσουμε στο ερώτημα για τη μορφή της κατανομής των μετρήσεων που πήραμε, θα πρέπει κατ' αρχάς να βρούμε πόσες μετρήσεις από τις 100 βρίσκονται σε καθένα απ' αυτά τα διαστήματα και στη συνέχεια να κάνουμε το ιστόγραμμά τους. Αν συμβολίσουμε με  $n_i$  τον αριθμό των μετρήσεων που βρέθηκαν στο διάστημα υπ' αριθμόν  $i$ , τότε η πιθανότητα  $p_i$  εμφάνισης μιας μέτρησης στο διάστημα  $i$  θα είναι περίπου ίση με  $p_i = n_i/N$ , όπου  $N$  είναι ο συνολικός αριθμός μετρήσεων, δηλαδή  $N = 100$ . Αν η κατανομή ήταν Γκαουσιανή, τότε η πιθανότητα εμφάνισης μιας μέτρησης στο διάστημα  $i$  θα ήταν

$$P_i = P(N_{i-1} \leq x \leq N_i)$$

<sup>3</sup>θα είναι ίδια για άπειρο αριθμό μετρήσεων

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{N_{i-1}}^{N_i} e^{-\frac{(x-\langle x \rangle)^2}{2\sigma^2}} dx \\
&\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{e^{-\frac{(N_{i-1}-\langle x \rangle)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(N_i-\langle x \rangle)^2}{2\sigma^2}}}{2} \Delta N. \quad (4.5)
\end{aligned}$$

Εδώ το ολοκλήρωμα το έχουμε αντικαταστήσει με το εμβαδό του αντίστοιχου τραπεζίου, το οποίο προσεγγίζει αρκετά καλά το ολοκλήρωμα.

Έχοντας κάνει όλους αυτούς τους υπολογισμούς το ζητούμενό μας είναι να δούμε κατά πόσο η πιθανότητα  $P_i$  προσεγγίζεται καλά από την πιθανότητα  $p_i$  που βρήκαμε από τις μετρήσεις μας. Προφανώς για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων  $P_i$  χρειαζόμαστε τις τιμές των  $\langle x \rangle$  και  $\sigma$  της Γκαουσιανής κατανομής. Για τις τιμές αυτές μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των 100 μετρήσεων που πήραμε.

Το δεύτερο που μας ενδιαφέρει να βρούμε είναι το πλήθος των ραδιενεργών πυρήνων που υπάρχουν στο δείγμα. Αν υποθέσουμε ότι το δείγμα εκπέμπει με τον ίδιο τρόπο προς όλες τις κατευθύνσεις (ομογενώς), τότε οι διασπάσεις που ανιχνεύονται από τον ανιχνευτή Geiger-Müller είναι ανάλογες με τη στερεά γωνία που αντιστοιχεί στην επιφάνεια της εισόδου του ανιχνευτή. Αν η είσοδος του ανιχνευτή βρίσκεται σε απόσταση  $d$  από το δείγμα και η ακτίνα του κυλίνδρου του ανιχνευτή είναι  $r$ , τότε αν  $R$  είναι ο ρυθμός διάσπασης των πυρήνων του δείγματος που μετράει ο ανιχνευτής σ' αυτή την απόσταση, ο συνολικός αριθμός πυρήνων του δείγματος θα είναι:

$$N = \frac{R}{\lambda} \times \frac{4\pi d^2}{\pi r^2} = \frac{4R}{\lambda} \times \left(\frac{d}{r}\right)^2 \quad (4.6)$$

Το  $\lambda$  είναι χαρακτηριστικό για κάθε διαφορετικό είδος πυρήνα και μπορεί να βρεθεί από πίνακες.

Το τρίτο που μας ενδιαφέρει να βρούμε είναι η σταθερά απορρόφησης κάθε υλικού καθώς και η επαλήθευση του νόμου της απορρόφησης όπως έχει ήδη περιγραφεί στην παράγραφο της θεωρίας. Για διαφορετικά υλικά διαφορετικού πάχους, που παρεμβάλουμε ανάμεσα στον ανιχνευτή Geiger-Müller και στο ραδιενεργό υλικό, μετράμε το ρυθμό των διασπάσεων που συλλαμβάνει ο ανιχνευτής. Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων όπως έχει ήδη περιγραφεί, προσδιορίζουμε το συντελεστή  $\mu$  για κάθε υλικό. Πόσο πρέπει να είναι το πάχος κάθε υλικού για να θωρακιστεί μια ραδιενεργός ουσία, έτσι ώστε η ραδιενέργεια που θα φτάνει σε μας να είναι στα επίπεδα της ακτινοβολίας υποδάθρου που έχετε μετρήσει;

Τέλος από τα αποτελέσματα που έχετε ήδη βρει για το  $\mu$  κάθε υλικού, δείξτε ότι είναι ανάλογο της πυκνότητας του κάθε υλικού. Οι πυκνότητες των διάφορων υλικών μπορούν να βρεθούν σε πίνακες.

## 4.4 Μέτρηση του ποσοστού λίπους από την περιεκτικότητα του σώματος σε $^{40}\text{K}$

Ως γνωστόν το κάλιο είναι ένας ενδοκυττάριος ηλεκτρολύτης του ανθρωπίνου σώματος, ο οποίος εμφανίζεται κυρίως στους μύες και στα σπλάχνα. Υπό την προϋπόθεση ότι το ποσοστό του καλίου παραμένει σταθερό μέσα στα κύτταρα, πράγμα που συμβαίνει σε υγιείς οργανισμούς, η μυϊκή μάζα του ανθρώπου θα είναι ανάλογη του ποσοστού καλίου που περιέχει.

Το κάλιο εμφανίζεται στη φύση υπό τη μορφή των ισοτόπων  $^{39}\text{K}$ ,  $^{40}\text{K}$  και  $^{41}\text{K}$  με αναλογία 93.26%, 0.0117% και 6.73% αντίστοιχα. Από τα ισότοπα αυτά μόνο το  $^{40}\text{K}$  είναι ραδιενεργό. Δεδομένου ότι η αναλογία αυτή παραμένει σταθερή, η ποσότητα του ραδιενεργού καλίου θα είναι ανάλογη του συνολικού καλίου που υπάρχει σε ένα ανθρώπινο οργανισμό και κατά συνέπεια θα είναι ανάλογη με την κυτταρική μάζα του ανθρώπου. Αν λοιπόν μπορέσουμε με κάποιο τρόπο να μετρήσουμε την ενεργότητα των ραδιενεργών διασπάσεων του καλίου, θα μπορέσουμε να βρούμε την κυτταρική μάζα του ανθρώπου. Η ενεργότητα αυτή μπορεί να μετρηθεί με κατάλληλους ανιχνευτές, που περιβάλλουν ολόκληρο το σώμα.

Στα πλαίσια του εργαστηρίου μας αυτή η μέτρηση δεν είναι εφικτό να πραγματοποιηθεί, λόγω του ότι η ποσότητα του καλίου στον ανθρώπινο οργανισμό είναι πολύ μικρή και δε διαθέτουμε τους κατάλληλους ανιχνευτές για να τη μετρήσουν. Μπορούμε όμως να μετρήσουμε ποιοτικά την ενεργότητα που εμφανίζει ένα άλας του καλίου και να δούμε ότι όντως το κάλιο εμφανίζει μια ενεργότητα διαφορετική του μηδενός. Σε κάθε περίπτωση θα πρέπει να αφαιρούμε από την ενεργότητα, που μετράει ο ανιχνευτής Geiger-Muller, την τιμή της ενεργότητας του υποβάθρου, ώστε οι μετρήσεις που παίρνουμε να είναι ρεαλιστικές για το κάλιο (να προέρχονται δηλαδή αποκλειστικά από το κάλιο).





## Κεφάλαιο 5

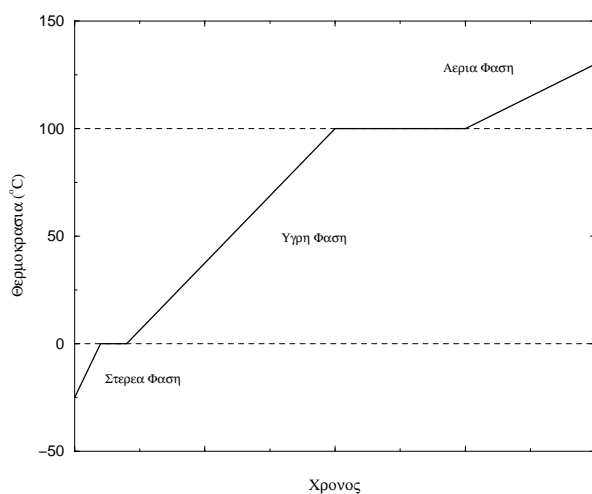
# Μέτρηση της Θερμιδικής Αξίας Τροφίμων

### 5.1 Σκοπός του πειράματος

Σκοπός του πειράματος είναι η μέτρηση της θερμιδικής αξίας των τροφίμων. Ειδικότερα θα μετρήσουμε τη θερμιδική αξία των φυσικιών, μετρώντας τη θερμότητα που εκλύεται από την καύση τους. Τη θερμότητα αυτή θα υπολογισθεί μέσω της λανθάνουσας θερμότητας τήξης του πάγου, από τη μάζα πάγου  $0^{\circ}\text{C}$  που θα λιώσει, όταν σ' αυτόν αποδοθεί αυτή η θερμότητα.

### 5.2 Αλλαγές φάσεων

Ως γνωστόν τα αντικείμενα που υπάρχουν γύρω μας, μπορούν συνήθως να βρεθούν σε τρεις καταστάσεις (ή **φάσεις**): τη στερεή, την υγρή και την αέρια. Έτσι το  $\text{H}_2\text{O}$  μπορεί να βρεθεί στη στερεή φάση (πάγος), στην υγρή φάση (νερό) ή στην αέρια φάση (υδρατμός). Η μετάβαση από τη μια φάση στην άλλη ονομάζεται **αλλαγή φάσης**. Ανάλογα με την πίεση που υπάρχει, οι αλλαγές φάσεων λαμβάνουν χώρα κάτω από συγκεκριμένη θερμοκρασία και το φαινόμενο συνοδεύεται από έκλυση ή απορρόφηση θερμότητας και μεταβολή του όγκου (και κατ' επέκταση της πυκνότητας). Αυτό σημαίνει ότι μέχρι να ολοκληρωθεί η αλλαγή φάσης, η θερμοκρασία παραμένει σταθερή στη συγκεκριμένη τιμή, που, όπως είπαμε, καθορίζεται από την πίεση. Για τον πάγο η θερμοκρασία αυτή είναι  $0^{\circ}\text{C}$ . Έτσι αν προσφέρουμε θερμότητα σε ένα κομμάτι πάγου, που βρίσκεται υπό ατμοσφαιρική πίεση και θερμοκρασία  $0^{\circ}\text{C}$ , τότε ο πάγος αυτός θα αρχίζει να λιώνει, χωρίς να αλλάζει η θερμοκρασία του. Το νερό (υγρή φάση), που θα προκύψει από το λειώσιμο του πάγου, θα έχει κι αυτό θερμοκρασία  $0^{\circ}\text{C}$  μέχρις ότου ολοκληρωθεί η αλλαγή φάσης από τη στερεά στην υγρή κατάσταση. Αν μετά απ' αυτό συνεχίζουμε να προσφέρουμε θερμότητα στο νερό, τότε η θερμοκρασία του θα αρχίσει να αυξάνεται μέχρι τη θερμοκρασία των



**Σχήμα 5.1:** Η θερμοκρασία ως συνάρτηση του χρόνου κατά τις αλλαγές φάσης του  $H_2O$ , από τη στερεά φάση ( $\Theta \leq 0^\circ C$ ), στην υγρή φάση ( $0^\circ C \leq \Theta \leq 100^\circ C$ ) και εν συνεχεία στην αέρια φάση ( $\Theta \geq 100^\circ C$ ).

$100^\circ C$ . Σ' αυτή τη θερμοκρασία θα λάβει χώρα η αλλαγή φάσης από την υγρή στην αέρια κατάσταση του νερού και επομένως η θερμοκρασία του θα παραμείνει σταθερή στους  $100^\circ C$  μέχρις ότου ολοκληρωθεί αυτή η αλλαγή φάσης. Όλα αυτά πραγματοποιούνται βεβαίως υπό την προϋπόθεση ότι η θερμότητα προσφέρεται με αργό ρυθμό, έτσι ώστε το σύστημα να βρίσκεται σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας και επομένως η θερμοκρασία να μπορεί να διατηρείται σ' αυτή την καθορισμένη κάθε φορά τιμή. Το συμπέρασμα που μπορεί να προκύψει από τα παραπάνω είναι ότι κατά την αλλαγή φάσης θα πρέπει να δοθεί (ή να εκλυθεί) ένα ποσό θερμότητας στο σώμα, το οποίο δε χρησιμοποιείται για να αλλάξει η θερμοκρασία του σώματος, αλλά για να αλλάξει η φάση του. Η δε θερμοκρασία του σώματος παραμένει σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια του φαινομένου. Στο παρακάτω γράφημα (εικόνα 5.1) φαίνεται σχηματικά πώς θα εξελισσόταν η θερμοκρασία ως συνάρτηση του χρόνου για σταθερό ρυθμό παροχής θερμότητας σε ένα κομμάτι πάγου, που αρχικά βρίσκεται σε θερμοκρασία  $-25^\circ C$ .

Όπως περιμένει κανείς, η θερμότητα που πρέπει να αποδοθεί σε ένα στερεό κομμάτι ενός υλικού για να αλλάξει φάση, είναι ανάλογη της μάζας του <sup>1</sup>. Η θερμότητα όμως που πρέπει να δοθεί ανά μονάδα μάζας είναι σταθερή και ανεξάρτητη της μάζας. Η θερμότητα  $Q$  που πρέπει να δοθεί ανά μονάδα μάζας  $m$  ενός υλικού για να πραγματοποιηθεί η αλλαγή φάσης του από τη στερεή στην υγρή μορφή, ονομάζεται **λανθάνουσα θερμότητα τήξης** και συμβολίζεται με

<sup>1</sup>άλλη θερμότητα θέλει ένα παγόβουνο για να λειώσει κι άλλη θέλει ένα παγάκι

$L_f$ .

$$L_f = \frac{Q}{m} \quad (5.1)$$

Ομοίως η θερμότητα  $Q$  που πρέπει να δοθεί ανά μονάδα μάζας  $m$  ενός υλικού για να πραγματοποιηθεί η αλλαγή φάσης του από την υγρή στην αέρια μορφή, ονομάζεται **λανθάνουσα θερμότητα εξαέρωσης** και συμβολίζεται με  $L_v$ . Υπό ατμοσφαιρική πίεση, η λανθάνουσα θερμότητα τήξης του πάγου είναι  $L_f = 334 \text{ Joule/gr} = 79.6 \text{ cal/gr}$  και η λανθάνουσα θερμότητα εξαέρωσης του νερού είναι  $L_v = 2260 \text{ Joule/gr} = 536 \text{ cal/gr}$ . Κατά συνέπεια το ποσό θερμότητας  $Q$ , που πρέπει να δώσουμε σ' ένα στερεό σώμα μάζας  $m$  για να γίνει υγρό, είναι  $Q = mL_f$ , ενώ σ' ένα υγρό για να γίνει αέριο  $Q = mL_v$ .

Είναι άξιο λόγου να σημειωθεί ότι η θερμότητα που απαιτείται για την εξαέρωση μιας ποσότητας νερού είναι μεγαλύτερη κατά πέντε φορές από τη θερμότητα που απαιτείται για να αυξηθεί τη θερμοκρασία του από  $0^\circ\text{C}$  σε  $100^\circ\text{C}$ . (Εξ ορισμού  $1 \text{ cal}$  είναι η θερμότητα που απαιτείται για να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός  $\text{gr}$  νερού κατά  $1^\circ\text{C}$ . Επομένως για αύξηση  $100^\circ\text{C}$  απαιτούνται  $100 \text{ cal}$ .) Η αλλαγή φάσης υπό θερμοδυναμική ισορροπία είναι μια αντιστρεπτή διαδικασία κι έτσι αν  $Q$  είναι η θερμότητα που πρέπει να δώσουμε για να μετατρέψουμε ένα στερεό σώμα σε υγρό,  $-Q$  είναι η θερμότητα που πρέπει να δώσουμε (δηλ.  $Q$  είναι η θερμότητα που θα πάρουμε) για να μετατρέψουμε το υγρό σώμα σε στερεό. Το πρόσημο στη θερμότητα  $Q$  εξαρτάται από το αν παίρνουμε ή αν δίνουμε θερμότητα στο σώμα. Το θετικό πρόσημο αντιστοιχεί στην τήξη του σώματος, ενώ το αρνητικό στην πήξη. Το ίδιο συμβαίνει και για την αλλαγή φάσης από την υγρή στην αέρια φάση και από την αέρια στην υγρή αντίστοιχα.

Στην αλλαγή φάσης από την υγρή στην αέρια φάση στηρίζεται και ο μηχανισμός διατήρησης σταθερής θερμοκρασίας σε πολλά θερμόαιμα ζώα, όπως ο άνθρωπος. Κατά την εξαέρωση του ιδρώτα, που είναι κυρίως νερό, απάγεται θερμότητα από το σώμα. Έτσι το σώμα ψύχεται και μπορεί να διατηρηθεί στην κανονική του θερμοκρασία, ακόμα και στο ζεστό και ξηρό κλίμα μιάς ερήμου, όπου η θερμοκρασία του αέρα μπορεί να φτάσει τους  $55^\circ\text{C}$ . Αν βεβαίως το νερό που χάνεται με την εφίδρωση (που μπορεί να είναι αρκετά λίτρα τη μέρα) δεν αναπληρώνεται, τότε θα προκληθεί αφυδάτωση, θερμοπληξία και θάνατος.

### 5.3 Μέτρηση της λανθάνουσας θερμότητας τήξης του πάγου

Για να μετρήσουμε τη λανθάνουσα θερμότητα τήξης του πάγου θα χρειαστούμε ένα θερμικά μονωμένο δοχείο (θερμιδόμετρο) που θα έχει τη δυνατότητα να φέρει μια ηλεκτρική αντίσταση. Κατ' αρχήν τοποθετούμε μέσα πάγο και με ένα θερμόμετρο, που περνάμε από την οπή που υπάρχει στο καπάκι του θερμιδομέτρου, παρακολουθούμε τη θερμοκρασία του. Επειδή το θερμιδόμετρο θα βρίσκεται σε υψηλότερη θερμοκρασία απ' αυτή του πάγου, ο πάγος

θα αρχίσει σιγά σιγά να λιώνει αντλώντας θερμότητα από το θερμιδόμετρο. Η θερμοκρασία του θερμιδομέτρου θα αρχίσει σιγά σιγά να μειώνεται μέχρις ότου προσεγγίσει τους  $0^{\circ}\text{C}$ . Αντιθέτως η θερμοκρασία του πάγου δε θα αλλάξει λόγω της αλλαγής φάσης που υφίσταται. Έτσι όση θερμότητα δίνεται στον πάγο, θα χρησιμοποιείται για την αλλαγή φάσης και όχι για την αύξηση της θερμοκρασίας του.

Όταν δούμε ότι η θερμοκρασία που μετράει το θερμόμετρο έχει πλέον σταθεροποιηθεί κοντά στους  $0^{\circ}\text{C}$ , τότε με γρήγορες κινήσεις αφαιρούμε το νερό που έχει δημιουργηθεί από το λιώσιμο του πάγου. Στη συνέχεια κλείνουμε το καπάκι του θερμιδομέτρου και συνδέουμε την ηλεκτρική αντίστασή του με κάποια πηγή ηλεκτρικού ρεύματος, ενώ συγχρόνως ξεκινάμε να μετράμε το χρόνο που περνάει με ένα χρονόμετρο. (Όλες αυτές οι κινήσεις μας πρέπει να είναι όσο το δυνατό πιό σύντομες για να αποφύγουμε εισροή θερμότητας από το περιβάλλον κατά το άνοιγμα και κλείσιμο του θερμιδομέτρου.). Στο θερμιδόμετρο έχουμε τοποθετήσει αρκετή ποσότητα πάγου, ώστε να μη λιώσει όλη η ποσότητα του πάγου πριν ολοκληρωθεί το πείραμα.

Θερμαίνουμε τον πάγο για χρόνο  $t = 10\text{min}$ . Πρκειμένου να μετρήσουμε την ηλεκτρική ενέργεια που θα γίνει θερμότητα στην αντίσταση, (η οποία τελικά θα αποδοθεί εξ ολοκλήρου στον πάγο, αφού το θερμιδόμετρο είναι θερμικά μονωμένο), μετράμε με ένα βολτόμετρο την τάση  $V$  στα άκρα της αντίστασης και με ένα αμπερόμετρο το ρεύμα  $I$  που διαρρέει την αντίσταση, κατά τη διάρκεια αυτού του χρόνου <sup>2</sup>. Οι τιμές της τάσης  $V$  και της έντασης  $I$  θα πρέπει να είναι σταθερές καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος.

Αφού περάσει ο χρόνος  $t = 10\text{min}$ , κλείνουμε το διακόπτη του κυκλώματος (ώστε η πηγή της τάσης να πάψει να προσφέρει ενέργεια στον πάγο), και αναδεύουμε για 1 ακόμα λεπτό, ώστε η θερμότητα που υπάρχει στην αντίσταση να μεταφερθεί εξ ολοκλήρου στον πάγο. Το σύνολο αυτής της ενέργειας θα έχει χρησιμοποιηθεί εξ ολοκλήρου για το λιώσιμο του πάγου <sup>3</sup>. Στη συνέχεια ανοίγουμε το καπάκι του θερμιδομέτρου και αδειάζουμε το νερό που έχει δημιουργηθεί από το λιώσιμο του πάγου σε ένα δοχείο και το ζυγίζουμε, έχοντας εκ των προτέρων αφαιρέσει το απόβραρο <sup>4</sup>. Η μάζα του νερού που ζυγίζουμε  $m_{\text{H}_2\text{O}}$  είναι η μάζα του πάγου που έλιωσε λόγω της θερμότητας  $Q$ , που δόθηκε στον πάγο μέσω της ηλεκτρικής αντίστασης. Η θερμότητα αυτή είναι ίση με την ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώθηκε πάνω στην αντίσταση του θερμιδομέτρου, δηλ. <sup>5</sup>

$$Q = VIt. \quad (5.2)$$

<sup>2</sup>εναλλακτικά μπορούμε να μετρήσουμε την τιμή της αντίστασης  $R$  και της τάσης  $V$  ή την τιμή της αντίστασης  $R$  και της έντασης  $I$

<sup>3</sup>στην πράξη ένα μέρος του πάγου θα έχει λιώσει και λόγω της εισροής θερμότητας από το εξωτερικό περιβάλλον, μιας και το θερμιδόμετρο δεν είναι απολύτως θερμικά μονωμένο

<sup>4</sup>δηλ. το βάρος του δοχείου

<sup>5</sup>αν εναλλακτικά έχουμε μετρήσει τα  $R$  και  $V$ , τότε η θερμότητα θα είναι  $Q = (V^2/R)t$  ή αν έχουμε μετρήσει τα  $R$  και  $I$ , η θερμότητα θα είναι  $Q = I^2Rt$ .

Κατά συνέπεια η λανθάνουσα θερμότητα τήξης του πάγου θα είναι

$$L_f = \frac{Q}{m_{H_2O}} = \frac{VIt}{m_{H_2O}}. \quad (5.3)$$

## 5.4 Μέτρηση της θερμιδικής αξίας των φιστικιών

Εξ ορισμού **θερμιδική αξία ενός τροφίμου** είναι η ενέργεια (θερμότητα) σε *kcal* που αποδίδουν 100gr του τροφίμου αυτού κατά την καύση του.

Για τον υπολογισμό της θερμότητας που ελευθερώνεται κατά την καύση ενός τροφίμου (εν προκειμένω των φιστικιών) γίνεται με όμοιο τρόπο με αυτό που χρησιμοποιήσαμε για τη μέτρηση της λανθάνουσας θερμότητας τήξης του πάγου, μόνο που εδώ η θερμότητα δεν προέρχεται από την ηλεκτρική αντίσταση, αλλά από την καύση του φιστικιού και το ζητούμενο δεν είναι η λανθάνουσα θερμότητα τήξης του πάγου, αλλά η θερμότητα που απελευθερώνεται από την καύση<sup>6</sup>.

Το πείραμα λοιπόν έχει ως εξής. Παίρνουμε ένα φιστίκι και το ζυγίζουμε σε μια ζυγαριά ακριβείας. Έστω ότι βρίσκουμε ότι η μάζα του είναι  $m_i$ . Στη συνέχεια το τοποθετούμε πάνω σε μια συρμάτινη μεταλλική βάση<sup>7</sup> και με ένα αναπτήρα του βάζουμε φωτιά. Μόλις το φιστίκι πάρει φωτιά τοποθετούμε τη βάση μαζί με το φιστίκι κάτω από ένα μεταλλικό δοχείο, που περιέχει πάγο σε θερμοκρασία  $0^\circ C$ , φροντίζοντας ώστε η φλόγα να είναι όσο το δυνατό πιο κοντά στο κέντρο του δοχείου, προκειμένου να ελαχιστοποιηθούν οι απώλειες θερμότητας προς το περιβάλλον. Η συσκευή του πειράματος φαίνεται στην εικόνα 5.2.

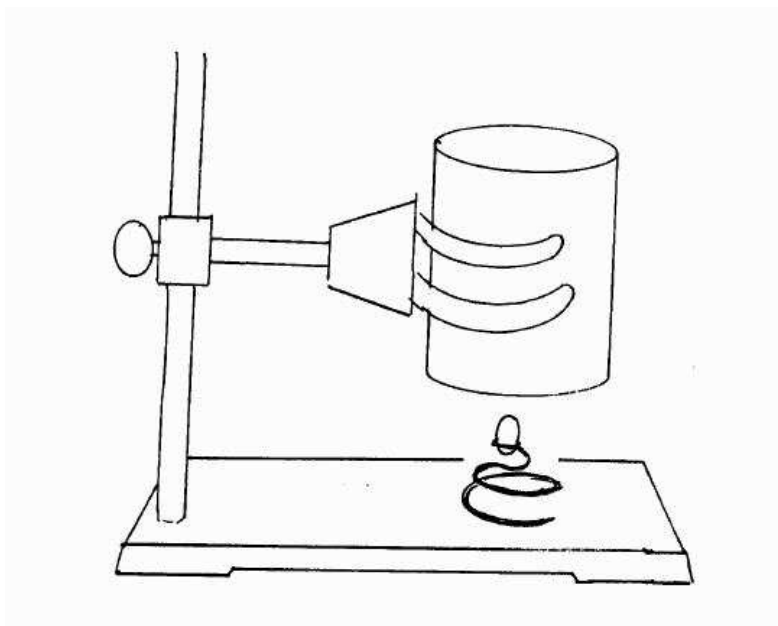
Επειδή στη θερμοκρασία των  $0^\circ C$  ο πάγος αλλάζει φάση, θα έχει εκ των προτέρων λιώσει κάποια ποσότητα πάγου λόγω της θερμότητας που θα έχει αποδοθεί σ' αυτόν από το εξωτερικό περιβάλλον. Την ώρα λοιπόν που θα τοποθετήσουμε το φλεγόμενο φιστίκι κάτω από το δοχείο με τον πάγο, φροντίζουμε να απομακρύνουμε το νερό που θα υπάρχει σ' αυτό, έτσι ώστε το νερό που θα βρεθεί στο δοχείο μετά το κάψιμο του φιστικιού, να προέρχεται σχεδόν εξ ολοκλήρου<sup>8</sup> από τη θερμότητα που θα αποδοθεί στον πάγο από την καύση του φιστικιού και όχι από τη θερμότητα που θα έχει αποδοθεί σ' αυτόν από το εξωτερικό περιβάλλον. Όταν ολοκληρωθεί η καύση του φιστικιού, μεταγγίζουμε το νερό που προήλθε από τον πάγο που έλιωσε, σε ένα δοχείο και το ζυγίζουμε σε μια ζυγαριά ακριβείας<sup>9</sup>. Έστω ότι η μάζα του νερού που ζυγίσαμε είναι  $m_{H_2O}$ .

<sup>6</sup>τη λανθάνουσα θερμότητα τήξης του πάγου ήδη τη μετρήσαμε στο προηγούμενο πείραμα και στο παρών πείραμα χρησιμοποιούμε αυτή την τιμή

<sup>7</sup>ο λόγος που χρησιμοποιούμε συρμάτινη μεταλλική βάση είναι για να μην καίγεται η ίδια και για να μην έχει μεγάλη επαφή με το φλεγόμενο φιστίκι κι έτσι να απάγει μεγάλο μέρος της θερμότητας

<sup>8</sup>προφανώς κάποια ποσότητα του πάγου θα λιώσει και λόγω της θερμότητας που θα πάρει από το εξωτερικό περιβάλλον, όσο χρόνο θα καίγεται το φιστίκι

<sup>9</sup>προφανώς αφαιρούμε το απόβαρο του δοχείου αυτού από τη μέτρηση της μάζας του νερού



**Σχήμα 5.2:** Η συσκευή του πειράματος

Ζυγίζουμε επίσης τη μάζα του φιστικιού που απέμεινε μετά την κάυση κι έστω ότι τη βρίσκουμε να είναι  $m_f$ . Ας δούμε τώρα πόση θερμότητα ελευθρώθηκε από την καύση του φιστικιού.

Το δοχείο που περιέχει τον πάγο βρίσκεται καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος σε  $0^\circ C$ , μιας και θα έχει έρθει σε θερμική ισορροπία με τον πάγο, του οποίου η θερμοκρασία θα είναι σταθερή και ίση με  $0^\circ C$ , όσο η αλλαγή φάσης δε θα έχει ολοκληρωθεί. Κατά συνέπεια δε θα έχει μεταφερθεί καμιά ποσότητα θερμότητας στο δοχείο. Άρα η θερμότητα  $Q$  που θα έχει εκλύθει από την καύση του φιστικιού, θα αποδοθεί σχεδόν εξ ολοκλήρου στον πάγο<sup>10</sup>, και θα χρησιμοποιηθεί για να τον λιώσει. Επομένως η θερμότητα αυτή θα είναι ίση με  $Q = L_f m_{H_2O}$ . Η θερμότητα αυτή παράγεται από την καύση φιστικιού μάζας  $m_i - m_f$ . Κατά συνέπεια η θερμότητα που θα παράγεται από την καύση, ανά μονάδα μάζας φιστικιών θα είναι  $Q/(m_i - m_f) = L_f m_{H_2O}/(m_i - m_f)$ . Επομένως 100gr φιστικιών θα αποδώσουν θερμότητα ίση με  $L_f m_{H_2O}/(m_i - m_f) \times 100gr$  και επομένως η θερμιδική αξία των φιστικιών θα είναι

$$\frac{L_f m_{H_2O}}{m_i - m_f} \times 100gr. \quad (5.4)$$

Η τιμή της θερμιδικής αξίας των φιστικιών, που υπάρχει στη βιβλιογραφία, είναι ίση με  $650kcal$  περίπου.

<sup>10</sup>προφανώς ένα μικρό μέρος της θα έχει αποδοθεί στο περιβάλλον, αφού το σύστημα δοχείο με τον πάγο και φλεγόμενο φιστίκι δεν είναι θερμικά μονωμένο

## **5.5 Βιβλιογραφία**

- Κεφάλαια Φυσικής - Α. Αναγνωστόπουλος, Ε. Δόνη, Θ. Καραώστας, Φ. Κομνηνού σελ. 264-265
- Πανεπιστημιακή Φυσική τομ. Α' - Hugh D. Young σελ. 428-431





# Κεφάλαιο 6

## Παρατήρηση και καταγραφή φασμάτων

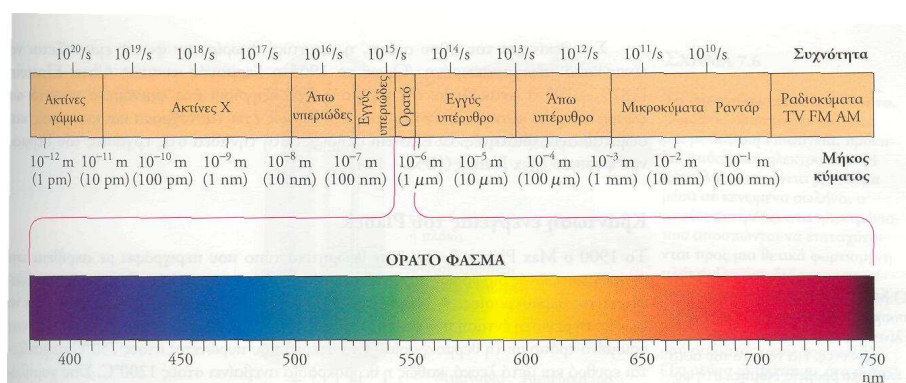
Σκοπός

Σκοπός αυτής της εργαστηριακής άσκησης είναι οι φοιτητές:

- Να παρατηρήσουν και να περιγράψουν φάσματα εκπομπής αερίων που φωτοβολούν.
- Να παρατηρήσουν και να περιγράψουν φάσματα απορρόφησης.
- Να υπολογίζουν τις κυματικές ποσότητες (μήκος κύματος και συχνότητα) εκπεμπόμενου και απορροφούμενου φωτός.

### 6.1 Εισαγωγικές γνώσεις - Θεωρητικό υπόβαθρο

#### 6.1.1 Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα



Σχήμα 6.1: Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

Η περιοχή συχνοτήτων ή μηκών κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ονομάζεται ηλεκτρομαγνητικό φάσμα. Το ορατό φως εκτείνεται από το ιώδες (βιολετί) άκρο του φάσματος, το οποίο αντιστοιχεί σε μήκος κύματος περίπου  $400nm$ , μέχρι το ερυθρό άκρο, με μήκος κύματος μικρότερο από  $800nm$ . Πέρα από αυτά τα όρια, η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία δεν είναι ορατή για το ανθρώπινο μάτι. Η υπέρυθη ακτινοβολία έχει μήκη κύματος μεγαλύτερα από  $800nm$ <sup>1</sup> (μεγαλύτερα από το μήκος κύματος του ερυθρού φωτός), ενώ η υπεριώδης ακτινοβολία έχει μήκη κύματος μικρότερα από  $440nm$  (μικρότερα από το μήκος κύματος του ιώδους φωτός).

### 6.1.2 Το φασματοσκόπιο φράγματος

Το φασματοσκόπιο (ή φασματογράφος) φράγματος είναι ένα όργανο με το οποίο γίνεται η ανάλυση μιας δέσμης φωτός και η μελέτη του φάσματός της. Αποτελείται από ένα φράγμα περίθλασης - ένα κομμάτι από διαφανές φύλλο πάνω στο οποίο έχουν ανοιχτεί σχισμές. Όσο μεγαλύτερη είναι η πυκνότητα των σχισμών ανά μονάδα μήκους του φράγματος, τόσο καλύτερη είναι η ποιότητα του φράγματος. Περνώντας το φως μέσα από το φράγμα αναλύεται στα διάφορα χρώματά του. Η ανάλυση του φωτός σε αυτή την περίπτωση δεν οφείλεται στην διάθλαση, όπως συμβαίνει με το πρίσμα, αλλά περισσότερο εξαιτίας της ανάμειξης μεταξύ των ακτίνων φωτός που απλώνονται (έχουν δηλαδή περιθλασθεί) ανάμεσα από τις σχισμές του φράγματος.

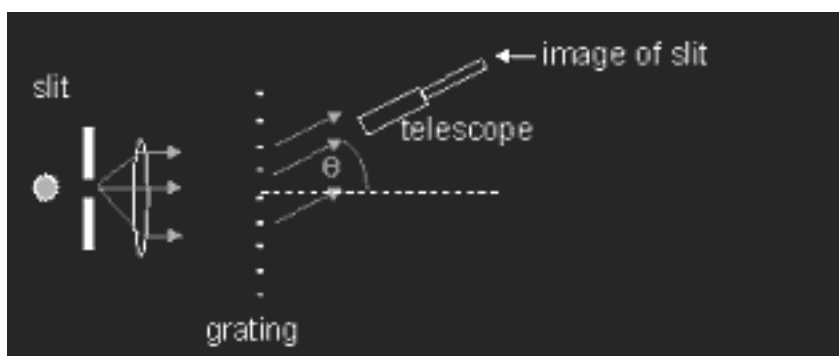


**Σχήμα 6.2:** Φασματοσκόπιο Project Star

Εκτός από το φράγμα περίθλασης, το φασματοσκόπιο φράγματος *Project Star* (σχήμα 2) αποτελείται από μια στενή σχισμή και μια διπλή παράλληλη κλίμακα μέτρησης μήκους κύματος σε  $nm$  ( $400nm$  έως  $700nm$ ) και ενέργειας ηλεκτρονίων σε ηλεκτρονιοβολτ ( $3.4eV$  έως  $1.7eV$ ).

<sup>1</sup>Το ανθρώπινο μάτι είναι ευαίσθητο σε μήκη κύματος από περίπου  $400nm$  έως περίπου  $700nm$ . Σε ορισμένους ανθρώπους το άνω όριο είναι λίγο μεγαλύτερο από  $700nm$ , αλλά δεν ξεπερνά τα  $800nm$ .

Ισχύει:  $1\text{nm} = 10^{-9}\text{m}$ ,  $1\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}\text{joule}$  Η σχισμή είναι η πύλη

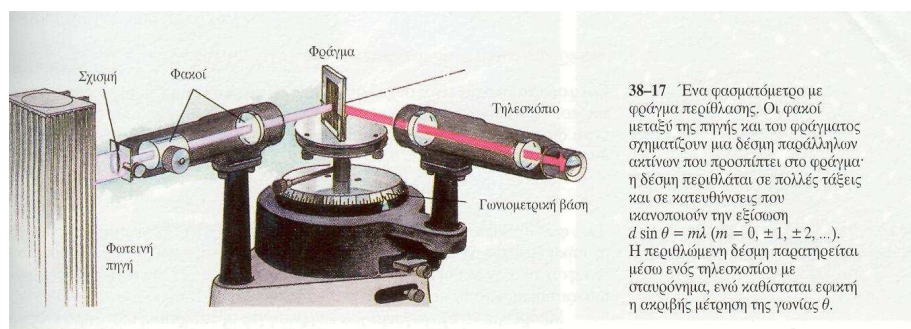


**Σχήμα 6.3:** slit : σχισμή, grating : φράγμα περίθλασης, telescope : τηλεσκόπιο, image of slit: είδωλο της σχισμής

μέσω της οποίας το φως εισέρχεται στο φασματοσκόπιο και κατευθύνεται στο φράγμα. Οι διάφορες φωτεινές γραμμές φάσματος που παρατηρούμε ανάμεσα στις δύο κλίμακες του φασματοσκοπίου, αποτελούν είδωλο της σχισμής.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 6.3, εάν γνωρίζουμε τη σταθερά ( $d$ ) του φράγματος και την γωνία ( $\theta$ ) που σχηματίζει κάθε φασματική γραμμή (είδωλο της σχισμής) με την εισερχόμενη δέσμη, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος κύματος της φασματικής γραμμής από τον τύπο:  $d \sin \theta = m \lambda$ , όπου  $m$  η τάξη περίθλασης ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ).

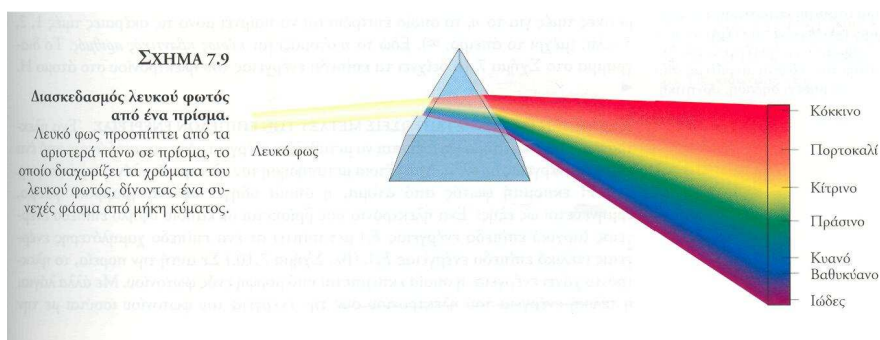
Συγκρινόμενο με ένα φασματοσκόπιο πρίσματος, το φασματοσκόπιο φράγματος εξασφαλίζει μεγαλύτερη περιοχή φάσματος.



**Σχήμα 6.4:** Φασματοόμετρο

### 6.1.3 Περίθλαση

Περίθλαση είναι μια κυματική ιδιότητα κατά την οποία τα κύματα απλώνονται προς τα έξω, όταν συναντήσουν ένα εμπόδιο ή μια μικρή οπή που έχει μέγεθος περίπου όσο το μήκος κύματος. Μπορούμε να παρατηρήσουμε περίθλαση,



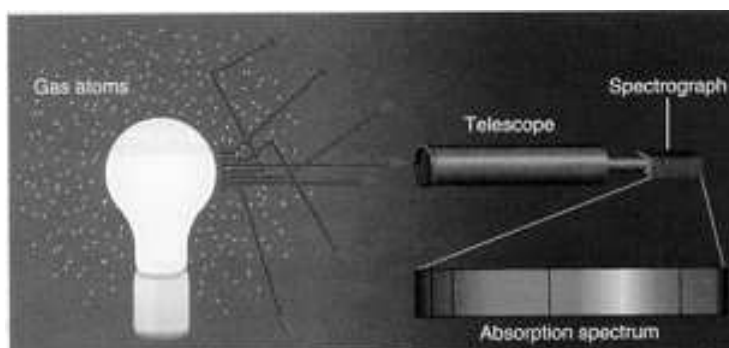
Σχήμα 6.5: Ανάλυση του φωτός από πρίσμα

κοιτάζοντας μια φωτεινή πηγή μέσα από μια οπή - για παράδειγμα, το φως μιας λάμπας του δημόσιου φωτισμού μέσα από μια δικτυωτή κουρτίνα. Το φως που βλέπουμε εμφανίζεται θαμπό λόγω περίθλασης.

#### 6.1.4 Φάσματα απορρόφησης

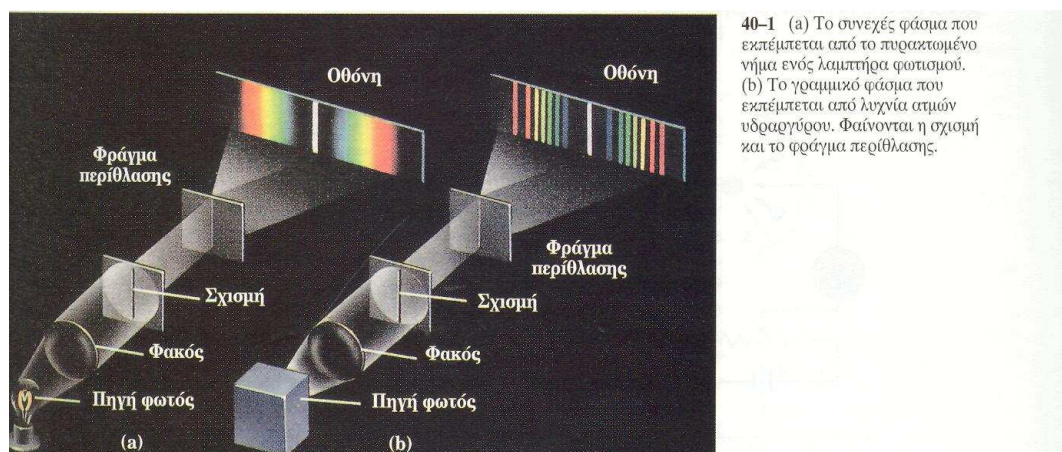
Αν μεταξύ μιας φωτεινής πηγής που εκπέμπει λευκό φως και της σχισμής του φασματοσκοπίου παρεμβάλλουμε ένα υλικό μέσο, λόγω χάρη ένα δοχείο που περιέχει έγχρωμο υγρό ή ένα έγχρωμο φίλτρο, θα διαπιστώσουμε ότι ορισμένες περιοχές του συνεχούς φάσματος λείπουν και στη θέση τους εμφανίζονται σκοτεινές περιοχές. Τα φάσματα αυτά τα ονομάζουμε φάσματα απορρόφησης, γιατί οι σκοτεινές περιοχές οφείλονται στο ότι οι ακτινοβολίες ορισμένων χρωμάτων έχουν απορροφηθεί κατά τη διέλευσή τους από το φίλτρο. Τα φάσματα απορρόφησης διακρίνονται σε συνεχή και γραμμικά.

(α) Συνεχή φάσματα απορρόφησης δίνουν τα έγχρωμα διαφανή στερεά και υγρά. Αν το υλικό που φωτίζουμε είναι ένα κόκκινο φίλτρο, τότε παίρνοντας το φάσμα θα παρατηρήσουμε ότι έχουν απορροφηθεί ορισμένες περιοχές του συνεχούς φάσματος εκπομπής. Συγκεκριμένα, από το κόκκινο φίλτρο διέρχονται μόνο οι ακτίνες που βρίσκονται στην περιοχή του ερυθρού.



Σχήμα 6.6: Συνεχές φάσμα της λάμπας

(β) Γραμμικά φάσματα απορρόφησης δίνουν τα αέρια ή οι ατμοί. Αποτελούνται από ένα συνεχές φάσμα στο οποίο υπάρχουν σκοτεινές γραμμές. Έτσι, αν μεταξύ μιας φωτεινής πηγής που εκπέμπει λευκό φως και της σχισμής του φασματοσκοπίου παρεμβάλλουμε αέριο υδρογόνου (σχήμα 6), τότε στο συνεχές φάσμα του λευκού φωτός του λαμπτήρα θα παρατηρήσουμε σκοτεινές γραμμές, στις θέσεις ακριβώς εκείνες που θα εμφανίζονταν οι φωτεινές γραμμές του φάσματος εκπομπής του αερίου υδρογόνου. Δηλαδή το αέριο υδρογόνο έχει απορροφήσει τις ακτινοβολίες που εκπέμπει, όταν ακτινοβολεί (σχήμα 7). Φωτόνια συγκεκριμένου μήκους κύματος μπορούν να απορροφηθούν από τα



40-1 (a) Το συνεχές φάσμα που εκπέμπεται από το πυρακτωμένο νήμα ενός λαμπτήρα φωτισμού. (b) Το γραμμικό φάσμα που εκπέμπεται από λυχνία ατμών υδραργύρου. Φαίνονται η σχισμή και το φράγμα περίθλασης.

**Σχήμα 6.7:** Γραμμικά φάσματα απορρόφησης και εκπομπής

άτομα του αερίου υδρογόνου και να ξανά εκπέμπουν σε τυχαίες διευθύνσεις. Καθώς πολλά από αυτά τα φωτόνια δεν φτάνουν στο τηλεσκόπιο το φάσμα είναι σκοτεινό στα μήκη κύματος των φωτονίων που έχουν χαθεί.



**Σχήμα 6.8:** Φάσμα απορρόφησης του υδρογόνου (σκοτεινές γραμμές)

### 6.1.5 Φάσματα εκπομπής

Το φάσμα της ακτινοβολίας που εκπέμπει μια φωτεινή πηγή ονομάζεται φάσμα εκπομπής της πηγής αυτής. Τα φάσματα εκπομπής των διαφόρων πηγών διακρίνονται σε συνεχή και γραμμικά.

(α) Γραμμικά φάσματα εκπομπής. Αν εξετάσουμε με το φασματοσκόπιο το φως που εκπέμπουν θερμά αέρια ή ατμοί, τότε διαπιστώνουμε ότι το φάσμα τους, που αποτυπώνεται στην κλίμακα του φασματοσκοπίου, αποτελείται από διακριτές χρωματιστές γραμμές, χαρακτηριστικές για το είδος των αερίων ή των

ατιμών. Κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο μήκος κύματος ή συχνότητα. Αν κάνουμε, για παράδειγμα, φασματοσκοπική ανάλυση του φωτός που εκπέμπει μια λάμπα αερίου υδρογόνου, θα παρατηρήσουμε ότι το φάσμα της αποτελείται από πέντε φωτεινές γραμμές (σχήμα 7).



**Σχήμα 6.9:** Γραμμικό φάσμα εκπομπής αερίου υδρογόνου

(β) Συνεχή φάσματα εκπομπής. Συνεχή φάσματα παίρνουμε, όταν εξετάζουμε με το φασματοσκόπιο το φως που εκπέμπουν στερεά και υγρά σώματα τα οποία βρίσκονται σε μεγάλη θερμοκρασία. Αν η πηγή του φωτός είναι, για παράδειγμα, ο λαμπτήρας πυρακτώσεως, τότε το φάσμα είναι μια συνεχής ταινία χρωμάτων (σχήμα 8). Επειδή τα συνεχή φάσματα, που εκπέμπονται από διάφορα διάπυρα σώματα, δε διαφέρουν μεταξύ τους, η μελέτη τέτοιων φασμάτων δεν μπορεί να μας δώσει πληροφορίες για τη φύση του σώματος, αν δηλαδή το σώμα αποτελείται από κάποιο συγκεκριμένο υλικό, όπως π.χ. σίδηρο, χαλκό κτλ. Η μοναδική πληροφορία που παίρνουμε είναι για τη θερμοκρασία του υλικού.



**Σχήμα 6.10:** Συνεχές φάσμα εκπομπής λαμπτήρα πυρακτώσεως

### 6.1.6 Κβαντική θεωρία του Planck

Κάθε φωτόνιο μιας ακτινοβολίας έχει ενέργεια που δίνεται από τη σχέση:

$$E = h\nu \quad (6.1)$$

Το  $h$  είναι μια σταθερά, που ονομάζεται σταθερά *Planck* και έχει τιμή  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Jsec}$ .

Το  $\nu$  είναι η συχνότητα εκπομπής του φωτονίου, για την οποία ισχύει η σχέση:

$$c = \lambda\nu \quad (\text{Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής}). \quad (6.2)$$

Το  $c$  είναι η ταχύτητα του φωτός και έχει τιμή  $c = 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$  Από (1), (2)  $\implies$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \implies h = \frac{E\lambda}{c} \quad (6.3)$$

### 6.1.7 Ατομικό πρότυπο του Bohr

Το γραμμικό φάσμα του υδρογονατόμου στην ορατή περιοχή αποτελείται μόνο από τέσσερις γραμμές (μια κόκκινη, μια κυανοπράσινη, μια κυανή και μια ιώδη). Ο *Balmer* έδειξε ότι τα μήκη κύματος  $\lambda$  στο ορατό φάσμα του υδρογόνου μπορούν να προκύψουν από τον απλό σχετικά τύπο :

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7 \frac{1}{m} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (6.4)$$

όπου  $n$  ακέραιος αριθμός μεγαλύτερος του 2. Αν για παράδειγμα αντικαταστήσουμε όπου  $n = 3$  τότε  $\lambda = 656nm$ .

Ο *Bohr* διατύπωσε τις ακόλουθες συνθήκες προκειμένου να εξηγήσει 1) τη σταθερότητα του υδρογονατόμου και 2) το γραμμικό του φάσμα :

1. Συνθήκη για τα επίπεδα ενέργειας: Ένα ηλεκτρόνιο επιτρέπεται να έχει ορισμένες μόνο τιμές ενέργειας σε ένα άτομο, οι οποίες ονομάζονται επίπεδα ενέργειας και δίνονται από τον ακόλουθο τύπο :

$$E = -\frac{R_H}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.5)$$

Το  $n$  ονομάζεται κύριος κβαντικός αριθμός και το  $R_H$  είναι μια σταθερά με τιμή  $2.179 \times 10^{-18} \text{ Joule}$ .

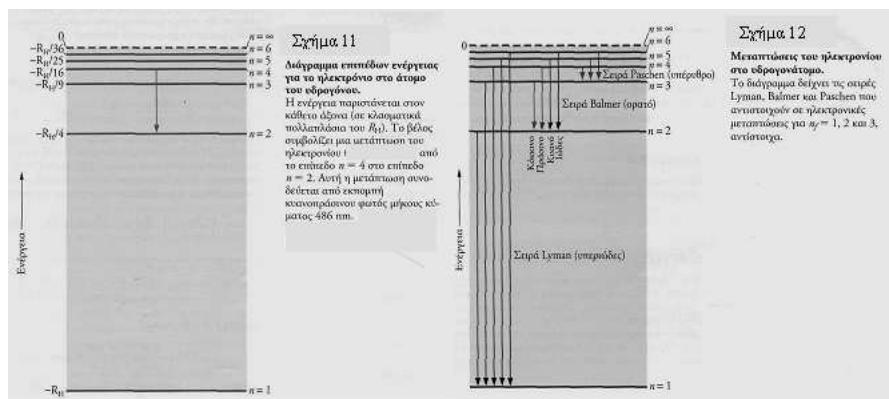
2. Συνθήκη για τις μεταπτώσεις μεταξύ των επιπέδων ενέργειας: Ένα ηλεκτρόνιο σε κάποιο άτομο επιτρέπεται να μεταβάλει την ενέργεια του μόνο μεταπηδώντας από ένα επίπεδο σε ένα άλλο. (Μετάπτωση ηλεκτρονίου)

Η εκπομπή φωτός από άτομα, η οποία οδηγεί σε ένα γραμμικό φάσμα, ερμηνεύεται ως εξής: Ένα ηλεκτρόνιο, που βρίσκεται σε κάποιο υψηλό επίπεδο ενέργειας (αρχικό επίπεδο ενέργειας  $E_i$ ), μεταπίπτει σε ένα επίπεδο χαμηλότερης ενέργειας (τελικό επίπεδο ενέργειας  $E_f$ ). Σε αυτή την πορεία το ηλεκτρόνιο χάνει ενέργεια, η οποία εκπέμπεται υπό μορφή ενός φωτονίου όπου

$$\text{Ενέργεια ενός φωτονίου} = h\nu = E_i - E_f \quad (6.6)$$

Είναι εύκολο να αποδειχθεί πως ο *Bohr* έλαβε τον τύπο του *Balmer*. Αν  $n_i$  ο κύριος κβαντικός αριθμός του αρχικού επιπέδου και  $n_f$  αυτός του τελικού, τότε

$$\left. \begin{array}{l} E_i = -\frac{R_H}{n_i^2} \\ E_f = -\frac{R_H}{n_f^2} \\ h\nu = E_i - E_f \end{array} \right\} \implies h\nu = -\frac{R_H}{n_i^2} - \left( -\frac{R_H}{n_f^2} \right) = R_H \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \xRightarrow{\nu = \frac{c}{\lambda}} \frac{1}{\lambda} = \frac{R_H}{hc} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$



Σχήμα 6.11:

Με πράξεις βρίσκουμε ότι το  $R_H/hc$  ισούται με  $1.097 \times 10^7 m^{-1}$  που είναι η σταθερά στον τύπο του *Balmer*. Στον τύπο του *Balmer* ο κβαντικός αριθμός  $n_f$  είναι 2, πράγμα που σημαίνει ότι ο εν λόγω τύπος δίνει τα μήκη κύματος που αντιστοιχούν σε ηλεκτρονικές μεταπτώσεις στο υδρογόνατομο από επίπεδα ενέργειας  $n_i > 2$  στο επίπεδο  $n_f = 2$ . Αν δώσουμε στο  $n_f$  άλλες ακέραιες τιμές, λαμβάνουμε διαφορετικές σειρές γραμμών (ή μηκών κύματος) για το φάσμα του ατόμου H.

Κανονικά το ηλεκτρόνιο σε ένα άτομο υδρογόνου βρίσκεται στο χαμηλότερο επίπεδο, για το οποίο  $n = 1$ . Για να ανέλθει σε ένα υψηλότερο επίπεδο, το ηλεκτρόνιο πρέπει να κερδίσει ενέργεια ή να διεγερθεί. Ένας τρόπος για να συμβεί αυτό είναι να συγκρουστούν δυο άτομα υδρογόνου. Στη διάρκεια αυτής της κρούσης, μέρος της κινητικής ενέργειας του ενός ατόμου μπορεί να κερδισθεί από το ηλεκτρόνιο του άλλου ατόμου και έτσι αυτό το ηλεκτρόνιο, να ανυψωθεί ή να διεγερθεί από το επίπεδο  $n = 1$  σε ένα υψηλότερο επίπεδο. Η διεγερση ατόμων και η επακόλουθη εκπομπή φωτός είναι πιο πιθανό να συμβούν σε ένα θερμό αέριο, όπου τα άτομα έχουν μεγάλες κινητικές ενέργειες.

## 6.2 Οργανολογία

1. Επιτραπέζιο φασματοσκόπιο (ή φασματόμετρο) φράγματος Project Star με βάση στήριξης.
2. Λυχνίες για την παραγωγή των φασμάτων εκπομπής των αερίων  $He$ ,  $Ne$ ,  $Hg$  και  $H_2$ .
3. Τροφοδοτικό υψηλής τάσης  $PS - STS$ .
4. Πέντε έγχρωμα φίλτρα (κόκκινο, μπλε, κίτρινο, πορτοκαλί, πράσινο) με καθορισμένες περιοχές απορρόφησης.





**Σχήμα 6.12:**

5. Άλατα Νατρίου, Καλίου, Στροντίου, Βαρίου και Χαλκού.
6. Λαβίδα για την συγκράτηση μικρής ποσότητας αλάτων.
7. Λυχνία Μπούνσεν
8. Δοχείο από διάφανο πλαστικό

### **6.2.1 Χαρακτηριστικά του φασματομέτρου :**

- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παρατήρηση φασμάτων εκπομπής και απορρόφησης, γραμμικών και συνεχών. Επίσης για δραστηριότητες εκτός τάξεως, όπως είναι η παρατήρηση του φάσματος του ήλιου και του φεγγαριού.
- Χρησιμοποιεί φράγμα περίθλασης με 750 σχισμές ανά  $mm$ , που επιτρέπει μετρήσεις φασματικών γραμμών στο ορατό φως ( $400nm$  έως  $700nm$ ) με μια ακρίβεια της τάξεως των  $\pm 1nm$ .
- Διαθέτει μια στενή σχισμή για την είσοδο του φωτός.
- Περιλαμβάνει διπλή παράλληλη κλίμακα μέτρησης μήκους κύματος ( $nm$ ) και ενέργειας σε ηλεκτρονιοβόλτ ( $eV$ ), που επιτρέπει τον υπολογισμό της σταθεράς του *Planck* ( $h$ ) με σφάλμα μικρότερο του 1%.
- Σε ελάχιστα δευτερόλεπτα οι μαθητές μπορούν να παρατηρούν και να περιγράφουν φάσματα.



**Σχήμα 6.13:** Η διπλή κλίμακα του φασματόμετρου Project Star

- Η κλίμακά του μπορεί να ρυθμιστεί εύκολα από τους μαθητές, παρατηρώντας απλά το φάσμα μιας λάμπας φθορισμού. Δεν απαιτεί καμία δραστηριότητα προετοιμασίας από τον καθηγητή.
- Στην πάνω πλευρά του φασματόμετρου υπάρχει πίνακας με τα μήκη κύματος σε νμ και την αντίστοιχη ενέργεια φωτονίων σε ηλεκτρονιοβόλτ, για χαρακτηριστικά στοιχεία που συναντάμε σε γνωστά φάσματα, όπως είναι του ηλίου, λάμπας φθορισμού, λυχνίες αερίων και σε φλόγες χημικών αλάτων.

### 6.3 Πειραματική διαδικασία - Ρύθμιση & χρήση του φασματόμετρου

Για την ρύθμιση της κλίμακας του φασματόμετρου παρατηρούμε το φάσμα μιας οποιασδήποτε λάμπας φθορισμού και ελέγχουμε εάν η πράσινη φωτεινή γραμμή, που δίνει κάθε φάσμα φθορισμού, είναι στα  $546nm$ . Γι αυτό το λόγο υπάρχει ένα μικρό σημάδι στο κάτω μέρος της κλίμακας που δηλώνει την θέση για μήκος κύματος  $546nm$  (σχήμα 14).

Εάν η πράσινη γραμμή δεν συμπίπτει με το σημάδι στην κλίμακα, οι φοιτητές μπορούν εύκολα να την ρυθμίσουν, μετακινώντας δεξιά ή αριστερά την οπή που υπάρχει στο μπροστινό μέρος του φασματόμετρου, στο κάτω μέρος της κλίμακας. Για την μετακίνηση της κλίμακας χρησιμοποιήστε την μύτη ενός λεπτού αντικειμένου.

Η χρήση του φασματόμετρου είναι απλή. Τοποθετήστε το πάνω στο γραφείο ή κρατήστε το στο χέρι σας και προσανατολίστε το έτσι ώστε να βλέπετε την πηγή του φωτός που θέλετε να αναλύσετε μέσα από την σχισμή του. Κρατώντας το ένα σας μάτι κλειστό, κοιτάζτε μέσα από την θυρίδα παρατήρησης και παρατηρήστε το φάσμα που σχηματίζεται στην κλίμακα μέτρησης του φασματόμετρου.



**Σχήμα 6.14:** Ρύθμιση φασματόμετρου



**Σχήμα 6.15:** Παρατήρηση με το φασματόμετρο

## 6.4 Πείραμα 1: Ανάλυση Φασμάτων αερίων που φωτοβολούν

### 6.4.1 Διαδικασία Εργασίας:

1. Βεβαιωθείτε ότι το τροφοδοτικό  $PS - STS$  δεν είναι συνδεδεμένο στο δίκτυο του ρεύματος.
2. Τοποθετήστε την λυχνία ηλίου ( $He$ ) στη βάση στήριξης, με τη βοήθεια του υπευθύνου καθηγητή.
3. Καλέστε τον υπεύθυνο καθηγητή να συνδέσει το τροφοδοτικό σε παροχή  $230V AC$  που διαθέτει γείωση.
4. Πριν συνδέσετε το τροφοδοτικό στην παροχή  $230V AC$ , βεβαιωθείτε ότι ο ΓΕΝΙΚΟΣ ΔΙΑΚΟΠΤΗΣ είναι πατημένος στη θέση  $OFF$  (0) και το κομβίο ΡΥΘΜΙΣΗ ΦΩΤΕΙΝΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ γυρισμένο τέρμα αριστερά.
5. Πιέστε το ΓΕΝΙΚΟ ΔΙΑΚΟΠΤΗ στη θέση  $ON$  (I). Η ενσωματωμένη στο διακόπτη λυχνία θα ανάψει επισημαίνοντας ότι η συσκευή είναι αναμμένη.
6. Πιέστε το διακόπτη επιλογής λυχνίας στη θέση ΛΥΧΝΙΑ ΑΕΡΙΟΥ και γυρίστε αργά το κομβίο ΡΥΘΜΙΣΗ ΦΩΤΕΙΝΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ προς τα δεξιά μέχρις ότου η λυχνία ανάψει έντονα χωρίς όμως να εμφανίζονται κροσσοί στα άκρα της. Σημειώστε ότι οι λυχνίες Ηλίου ( $He$ ) και Νέον ( $Ne$ ) ανάβουν σε αρκετά χαμηλότερη στάθμη απ' ότι οι λυχνίες Υδρογόνου ( $H_2$ ) και Υδραργύρου ( $Hg$ ). Καθώς αυξάνεται η ένταση, ανάβει και το ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΟ ΥΨΗΛΗΣ ΤΑΣΗΣ.
7. Κοιτώντας μέσα από τη θυρίδα παρατήρησης προς τη σχισμή, περιστρέψτε αργά το φασματόμετρο μέχρι να δείτε τη σχισμή να γίνεται έντονα φωτεινή. Αφήστε το φασματόμετρο σ' αυτή τη θέση.

8. Καταγράψτε στην παρακάτω κλίμακα το φάσμα που παρατηρείτε.



Σχήμα 6.16:

9. Αφού παρατηρήσετε το φάσμα που παράγει η λυχνία με το φασματόμετρο, γυρίστε το κομβίο ΡΥΘΜΙΣΗ ΦΩΤΕΙΝΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ τέρμα αριστερά. Πιέστε τον ΓΕΝΙΚΟ ΔΙΑΚΟΠΤΗ του τροφοδοτικού στη θέση *OFF* (0). Αντικαταστήστε την λυχνία ηλίου με κάποια από τις λυχνίες  $Hg$ ,  $H_2$ ,  $Ne$ . Ανάψτε ξανά το τροφοδοτικό και επαναλάβετε τις ίδιες διαδικασίες.
10. Αφού παρατηρήσετε το φάσμα που παράγει η λυχνία με το φασματόμετρο, γυρίστε το κομβίο ΡΥΘΜΙΣΗ ΦΩΤΕΙΝΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ τέρμα αριστερά. Πιέστε τον ΓΕΝΙΚΟ ΔΙΑΚΟΠΤΗ του τροφοδοτικού στη θέση *OFF* (0). Είναι σημαντικό να μην αφήνετε τις λυχνίες αερίου αναμμένες για πολύ ώρα γιατί αυτό έχει επίπτωση στο χρόνο ζωής των λυχνιών. Για την παρατήρηση του φάσματος και την καταγραφή των φασματικών γραμμών, αρκούν ένα ή δύο λεπτά. Σημειώστε ότι φασματικές γραμμές που βρίσκονται στην αρχή της κλίμακας (ιώδες), είναι πιθανόν να μην διακρίνονται εύκολα.

## 6.5 Πείραμα 2: Ανάλυση φασμάτων απορρόφησης, συνεχών, γραμμικών

### Διαδικασία Εργασίας:

1. Καλέστε τον υπεύθυνο καθηγητή να συνδέσει το τροφοδοτικό *PS – STS* στο δίκτυο της ΔΕΗ.
2. Πατήστε τον γενικό διακόπτη τροφοδοσίας του τροφοδοτικού στη θέση *ON*.
3. Για να τροφοδοτήσετε με τάση την φωτεινή πηγή, πατήστε τον άσπρο διακόπτη μεταγωγής στη θέση *ΛΥΧΝΙΑ ΠΥΡΑΚΤΩΣΕΩΣ*.
4. Γυρίστε τον ρυθμιστή φωτεινής έντασης μέχρι η λυχνία πυρακτώσεως να ανάψει αρκετά έντονα.
5. Τοποθετήστε το φασματόμετρο πάνω στο γραφείο και προσανατολίστε το έτσι ώστε η σχισμή του να βρίσκεται κοντά στην λάμπα της φωτεινής

πηγής, χωρίς ωστόσο να κοιτά απ' ευθείας το πυρακτωμένο νήμα της λάμπας.

6. Κοιτώντας μέσα από τη θυρίδα παρατήρησης προς τη σχισμή, περιστρέψτε αργά το φασματόμετρο μέχρι να δείτε τη σχισμή να γίνεται έντονα φωτεινή. Αφήστε το φασματόμετρο σ' αυτή τη θέση.
7. Παρεμβάλετε, διαδοχικά, μεταξύ της φωτεινής πηγής και του φασματόμετρου, τα διάφορα έγχρωμα φίλτρα, τοποθετώντας τα στους ειδικούς οδηγούς του τροφοδοτικού ή του φασματόμετρου.



**Σχήμα 6.17:**

8. Καταγράψτε στον παρακάτω πίνακα το φάσμα που απορροφά το κάθε φίλτρο στο ορατό φως ( $400nm < \lambda < 700nm$ ) και κατόπιν συγκρίνετε τις παρατηρήσεις σας με τις τιμές που αναφέρονται στον πίνακα 2.

Χρώμα φίλτρου	Φάσμα που απορροφάται
Πράσινο	
Μπλε	
Κόκκινο	
Κίτρινο	
Πορτοκαλί	

Πίνακας 1

**- Ανάλογη πειραματική διαδικασία μπορεί να ακολουθηθεί χρησιμοποιώντας ως πηγή φωτός τον ηλιόλουστο ουρανό αντί της λυχνίας πυρακτώσεως, χωρίς ωστόσο να βλέπετε κατευθείαν προς τον ήλιο.**

## 6.6 Πείραμα 3: Ανάλυση φασμάτων συγκεκριμένων χημικών ουσιών (αλάτων $K, Na, Ba, Cu$ και $Sr$ )

### Διαδικασία εργασίας:

1. Ανάψτε τη φλόγα στην λυχνία Μπούνσεν.
2. Τοποθετήστε το φασματόμετρο πάνω στο γραφείο και προσανατολίστε την οχισμή του προς την φλόγα. Παρατηρήστε πρώτα το φάσμα της φλόγας χωρίς άλας.
3. Μέσα στο κάθε φιαλίδιο άλατος υπάρχει μια ακίδα χρωμονικελλίνης διαμορφωμένη σε δακτύλιο στο ένα άκρο. Προσαρμόστε μία από τις ακίδες στο άκρο του στελέχους της λαβίδας. ΠΡΟΣΟΧΗ το φιαλίδιο του χλωριούχου χαλκού είναι το μόνο στο οποίο δεν τοποθετούμε την ακίδα διότι θα οξειδωθεί.
4. Θερμάνετε το δακτύλιο της ακίδας στη φλόγα και βουτήξτε το στο αντίστοιχο άλας. Αν αντιμετωπίζετε δυσκολία στο να συγκρατήσετε το άλας, δοκιμάστε με τον δακτύλιο της ακίδας βρεγμένο.
5. Κρατήστε το δακτύλιο με το άλας πάνω στη φλόγα. Παρατηρήστε ότι ο χρωματισμός στο πάνω μέρος της φλόγας αλλάζει. Με το φασματόμετρο παρατηρήστε το φάσμα ή τις γραμμές που παράγει το άλας όταν καίγεται και σημειώστε τα αντίστοιχα μήκη κύματος.
6. Επαναλάβετε τα ίδια βήματα για τα υπόλοιπα άλατα. Προσοχή: Για κάθε άλας βεβαιωθείτε ότι χρησιμοποιείτε την αντίστοιχη ακίδα. Διαφορετικά μπορεί να παρατηρήσετε φάσματα που προκύπτουν από συνδυασμό δύο ή περισσότερων αλάτων.
7. Καταγράψτε στον παρακάτω πίνακα το χρώμα της φλόγας για κάθε άλας διαδοχικά. Παρατηρήστε τις φωτεινές γραμμές και τις αλλαγές στο φάσμα της φλόγας.

Αλάτι	Χρωματισμός	Φωτεινές Γραμμές / Φάσμα
Νάτριο		
Κάλιο		
Χαλκό		
Στρόντιο		
Βάριο		

Πίνακας 2

8. Αδειάστε μέσα στο διάφανο δοχείο μικρή ποσότητα χλωριούχου χαλκού, προσθέστε νερό και ανακινήστε το διάλυμα με ένα μυτερό μακρύ αντικείμενο.
9. Καλέστε τον υπεύθυνο καθηγητή να συνδέσει το τροφοδοτικό  $PS - STS$  με το δίκτυο της ΔΕΗ.
10. Θέστε το τροφοδοτικό σε λειτουργία.
11. Για να τροφοδοτήσετε με τάση την φωτεινή πηγή, πατήστε τον άσπρο διακόπτη μεταγωγής στη θέση ΛΥΧΝΙΑ ΠΥΡΑΚΤΩΣΕΩΣ
12. Γυρίστε τον ρυθμιστή φωτεινή έντασης μέχρι η λυχνία πυρακτώσεως να ανάψει αρκετά έντονα.
13. Τοποθετήστε το δοχείο με το διάλυμα χλωριούχου χαλκού στους οδηγούς της φωτεινής πηγής
14. Παρατηρήστε το φάσμα και συγκρίνετε τις ακτινοβολίες που έχουν απορροφηθεί, με το χρώμα του υγρού που βρίσκεται στο δοχείο. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

Χρώμα Υγρού	Φάσμα που απορροφάται

Πίνακας 3

15. Τοποθετήστε το δοχείο με το διάλυμα χλωριούχου χαλκού στους οδηγούς του φασματόμετρου.
16. Προσανατολίστε την σχισμή του φασματόμετρου προς τον ήλιο. ΠΡΟΣΟΧΗ: ΜΗΝ ΚΟΙΤΑΤΕ ΠΟΤΕ ΑΠ' ΕΥΘΕΙΑΣ ΤΟΝ ΗΛΙΟ.
17. Παρατηρήστε το φάσμα του ήλιου και συγκρίνετε τις ακτινοβολίες που έχουν απορροφηθεί, με το χρώμα του υγρού που βρίσκεται στο δοχείο. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

Χρώμα Υγρού	Φάσμα που απορροφάται

Πίνακας 4

## 6.7 Ασκήσεις - Προβλήματα

1. Τα φάσματα των αερίων  $He$ ,  $Ne$ ,  $Hg$  και  $H_2$ , που παράγουν οι λυχνίες που παρατηρήσατε, είναι φάσματα εκπομπής ή απορρόφησης; Συνεχή ή γραμμικά; Σε τι διαφέρουν μεταξύ τους;
2. Χρησιμοποιήστε τα φάσματα των αερίων, που παρατηρήσατε στο φασματοόμετρο, για να υπολογίσετε πειραματικά την σταθερά του *Planck* ( $h$ ).

Ακολουθήστε το παράδειγμα που δίνεται παρακάτω, για το φάσμα της κίτρινης γραμμής της λυχνίας ηλίου, το οποίο όπως παρατηρήσατε, έχει μήκος κύματος περίπου  $587.5nm$  και ενέργει  $a$  φωτονίων περίπου  $2.11eV$ .

Από την θεωρία γνωρίζετε ότι ισχύει:  $E = h\nu$  και  $c = \lambda\nu$ . Επομένως  $E = hc/\lambda$  και  $h = E\lambda/c$

Όπου:

$$c = 2.9979 \times 10^8 m/s$$

$$1nm = 10^{-9}m$$

$$1eV = 1.6 \times 10^{-19}joule$$

Από τα παραπάνω έχετε:

$$h = (2.11 \times 16 \times 10^{-19}joule \times 587.5 \times 10^{-9}m)/(2.9979 \times 10^8m/s)$$

$$h = (1983.4 \times 10^{-28}joule \cdot m)/(2.9979 \times 10^8m/s)$$

$$h = (19.834 \times 10^2 \times 10^{-28}joule \cdot m)/(2.9979 \times 10^8m/s)$$

$$h = (19.834 \times 10^{-26}joule \cdot m)/(2.9979 \times 10^8m/s)$$

$$h = 6.61 \times 10^{-34}joule \cdot sec$$

3. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

Φωτεινές γραμμές φασμάτων αερίων	Μήκος κύματος $\lambda$ (nm)	Ενέργεια φωτονίων	Συχνότητα
Κίτρινη Ηλίου	587.5		
Κόκκινη Ηλίου	667.8		
Κόκκινη Υδρογόνου	656.3		
Μπλε Υδρογόνου	486.1		
Πράσινη Υδραργύρου	546.1		
Κίτρινη Υδραργύρου	579.0		
Κίτρινη Νέου	587.0		

Πίνακας 5

Είναι αλήθεια ότι τα φωτόνια υψηλότερης συχνότητας έχουν μεγαλύτερη ενέργεια;



4. Χρησιμοποιήστε το πρότυπο του *Bohr* για να υπολογίσετε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπει το άτομο του υδρογόνου, όταν μεταπηδά από την κατάσταση με  $n = 4$  στην κατάσταση με  $n = 2$ .

Μην ξεχνάτε ότι η ενέργεια του ατόμου του υδρογόνου στη θεμελιώδη κατάσταση είναι  $E_1 = -13.6\text{eV}$  και  $E_n = E_1/n^2$ .

Συγκρίνετε την τιμή του μήκους κύματος που υπολογίσατε θεωρητικά με την τιμή που βρήκατε πειραματικά.

5. Χρησιμοποιώντας τον τύπο του Βαλμερ επιβεβαιώστε θεωρητικά τις γραμμές που παρατηρήσατε για το γραμμικό φάσμα εκπομπής του υδρογόνου.
6. Πειραματισμός φασματομετρίας εκτός εργαστηρίου :

Προσανατολίστε την σχισμή του φασματόμετρου προς τον ηλιόλουστο ουρανό κοντά στον ήλιο, χωρίς ωστόσο να κοιτάξετε απ' ευθείας τον ήλιο. Στο φασματόμετρό σας θα πρέπει να παρατηρήσετε ένα συνεχές φάσμα όλων των χρωμάτων πάνω στο οποίο εμφανίζονται διάφορες στενές σκοτεινές γραμμές.

Ερωτήσεις:

- (α') Το φάσμα που παρατηρείτε επεκτείνεται από . . . . .  $nm$  έως . . . . .  $nm$ . Κατόπιν σημειώστε τις θέσεις των σκοτεινών γραμμών ( $nm$ ) που παρατηρείτε και καταγράψτε τα σε σχέση με το χρώμα της γραμμής που απορροφάται.
- (β') Συγκρίνετε τις γραμμές απορρόφησης που παρατηρείτε στο φάσμα του ηλίου με αυτές που αναφέρονται στον πίνακα 5. Ποια στοιχεία της φύσης συμπεραίνετε ότι βρίσκονται στον ήλιο;
- (γ') Πιστεύετε ότι έχετε βρει όλα τα στοιχεία που υπάρχουν στον ήλιο; Ναι ή όχι και γιατί;
- (δ') Που πιστεύετε ότι βρίσκονται αυτά τα στοιχεία για να προκαλούν τις γραμμές απορρόφησης στο φάσμα του ηλίου; (Βρίσκονται μέσα στον ήλιο, πάνω στην επιφάνεια του ηλίου, πάνω από τον ήλιο, στο διάστημα μεταξύ του ηλίου και της γης, ή στην ατμόσφαιρα της γης;)

Προσανατολίστε την σχισμή του φασματόμετρου προς ένα φωτεινό άσπρο σύννεφο.

Ερωτήσεις:

- (α') Περιγράψτε το φάσμα που παρατηρείτε και συγκρίνετε με το φάσμα του ηλίου.

(β) Παρατηρείτε στο φάσμα που δίνει το σύννεφο, τις γραμμές απορρόφησης που εμφανίζονται στο φάσμα του ήλιου;

(γ) Γιατί πιστεύετε ότι το φάσμα που δίνει το σύννεφο έχει αυτή τη μορφή;

Προσανατολίστε την σχισμή του φασματομέτρου προς το φεγγάρι. (Αυτή η εργασία προτείνεται να γίνει το βράδυ όταν υπάρχει πανσέληνος και το φεγγάρι είναι φωτεινό).

Ερωτήσεις:

(α) Περιγράψτε το φάσμα που παρατηρείτε και συγκρίνετε με το φάσμα του ηλίου.

(β) Παρατηρείτε στο φάσμα που δίνει το φεγγάρι, τις γραμμές απορρόφησης που εμφανίζονται στο φάσμα του ήλιου;

(γ) Είναι οι ίδιες γραμμές; Ναι ή όχι και γιατί;

## 6.8 Πείραμα 4: Φασματοφωτόμετρο - Γωνιόμετρο

### 6.8.1 Σκοπός

- Ρύθμιση του γωνιομέτρου-φασματομέτρου
- Ανάλυση φάσματος με φράγμα. Προσδιορισμός των φασματικών γραμμών του υδραργύρου
- Προσδιορισμός του δείκτη διάθλασης του γιαλιού
- Σχέση ανάμεσα στο δείκτη διάθλασης και το μήκος κύματος (καμπύλη διασποράς)

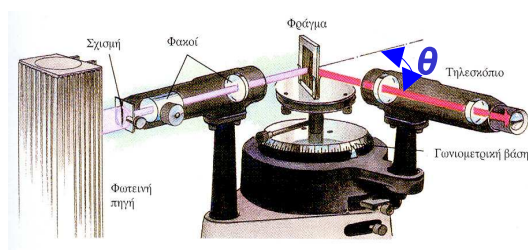
### 6.8.2 Θεωρητικό μέρος

#### Οπτικό Φράγμα

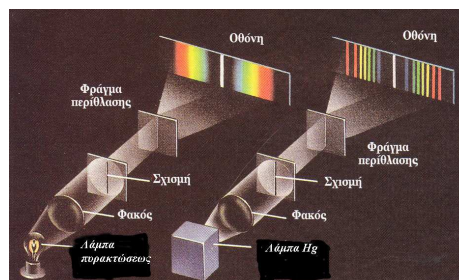
Τα μήκη κύματος, των φασματικών γραμμών της λυχνίας υδραργύρου, προσδιορίζονται από το φράγμα περίθλασης (Σχήμα 18,19), όπου ισχύει η ακόλουθη σχέση

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (6.7)$$

όπου  $m$  είναι η τάξη περίθλασης και παίρνει τιμές  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  και  $d$  είναι η σταθερά του φράγματος και ισούται με την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών γραμμών.



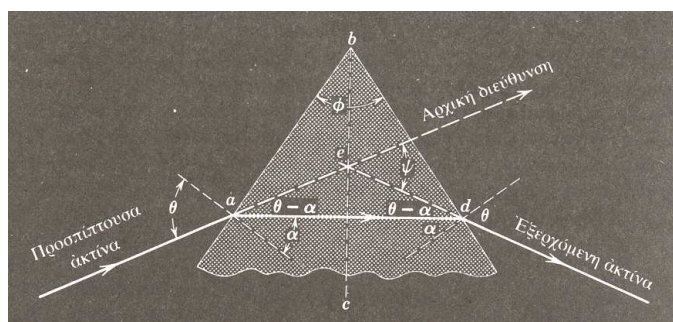
Σχήμα 6.18: Γωνιόμετρο



Σχήμα 6.19: Ανάλυση του φωτός με φράγμα περίθλασης

Στην παρούσα άσκηση, το  $\lambda$  κάθε φασματικής γραμμής (χρώματος) της λάμπας υδραργύρου υπολογίζεται από το μέσο όρο αρκετών μετρήσεων ή από το μέσο όρο των διαφορετικών τάξεων περίθλασης. Το φράγμα που χρησιμοποιούμε έχει 300 γραμμές/ $mm$ .

### Πρίσμα



Σχήμα 6.20: Το πρίσμα με την προσπίπτουσα και την εξερχόμενη δέσμη

Στο πρίσμα του σχήματος 6.20, μια δέσμη φωτός περνά συμμετρικά μέσα από το πρίσμα. Αυτό σημαίνει ότι για μια συγκεκριμένη ακτίνα φωτός, η γωνία πρόσπτωσης  $\theta$  είναι η ίδια με τη γωνία εξόδου. Αν η γωνία πρόσπτωσης είναι  $\theta$ , η γωνία διάθλασης είναι  $a$  και η γωνία του πρίσματος είναι  $\phi$  τότε από το νόμο διάθλασης του *Snell* έχουμε

$$n = \frac{\sin \theta}{\sin a} \Rightarrow \sin \theta = n \sin a \quad (6.8)$$

$$a = \phi/2 \quad (6.9)$$

$$\psi = 2(\theta - a) \quad (6.10)$$

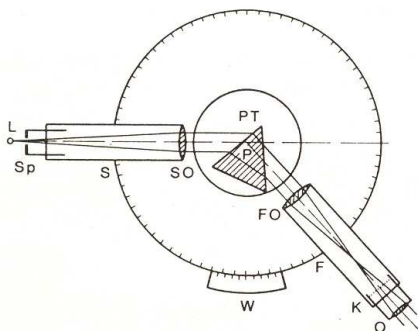
Από τις παραπάνω σχέσεις, τελικά προκύπτει

$$n = \frac{\sin[(\psi + \phi)/2]}{\sin(\phi/2)} \quad (6.11)$$

Στη συγκεκριμένη άσκηση υπολογίζεται ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού για όλα τα μήκη κύματος που αντιστοιχούν σε φασματικές γραμμές της λάμπας υδραργύρου.

### 6.8.3 Πειραματικό μέρος

Το φασματόμετρο-γωνιόμετρο πρέπει να ρυθμιστεί κατάλληλα ώστε, αν δε μεσολαβεί φράγμα ή πρίσμα μεταξύ κατευθυντήρα και τηλεσκοπίου, η μετρούμενη γωνία να είναι μηδέν μοίρες. Έπειτα τοποθετείται το οπτικό φράγμα περίθλασης (*grating*) και χρησιμοποιείται για να προσδιοριστούν τα μήκη κύματος των φασματικών γραμμών του *Hg*. Κατόπιν τοποθετείται το πρίσμα γυαλιού και ρυθμίζεται ώστε ο διασκεδασμός (γωνία εκτροπής) να είναι ελάχιστος για κάθε μια φασματική γραμμή χωριστά. Τέλος καταγράφεται η γωνιακή θέση του τηλεσκοπίου (ελάχιστη γωνία εκτροπής) για κάθε φασματική γραμμή και υπολογίζεται ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού για κάθε μήκος κύματος.



Σχήμα 6.21:



Σχήμα 6.22:

Στην άσκηση που θα κάνουμε, ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα

1. Ευθυγραμμίζουμε το όργανο ώστε να δείχνει γωνία εκτροπής μηδέν μοίρες, όταν δεν παρεμβάλεται το πρίσμα (ή το φράγμα) ανάμεσα στο τηλεσκόπιο παρατήρησης και στη φωτεινή πηγή.
2. Τοποθετούμε το πρίσμα σύμφωνα με τη γεωμετρία των σχημάτων 6.20, 6.8.3 και 6.8.3.
3. Σε κάθε φασματική γραμμή που βλέπουμε μέσα από το τηλεσκόπιο, στρέφουμε την περιστρεφόμενη βάση του πρίσματος αριστερά και δεξιά, μέχρι να βρούμε τη θέση στην οποία ο διασκεδασμός της συγκεκριμένης φασματικής γραμμής να είναι ελάχιστος. Στη θέση αυτή μετράμε τη γωνία  $\psi$ .

4. Επαναλαμβάνουμε το βήμα 3 για κάθε μια φασματική γραμμή και υπολογίζουμε το δείκτη διάθλασης από την εξίσωση (5), γνωρίζοντας ότι  $\phi = 60^\circ$ .
5. Κατασκευάζουμε το διάγραμμα του δείκτη διάθλασης σε συνάρτηση του μήκους κύματος (καμπύλη διασποράς).

## 6.9 Βιβλιογραφία

- Φυσική Hugh D. Young, τόμος Β.
- Γενική Χημεία, Ebbing Gammon, έκτη έκδοση.
- P.S.S.C. Φυσική, Haber-Schaim, Dodge, Walter, Ίδρυμα Ευγενίδου
- Φυσική Γενικής Παιδείας, Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου
- Εργαστηριακός Οδηγός Φυσικής, Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου
- Project Star Spectrometer, William Luzader, Learning Technologies, Inc.
- ThinkQuest library, <http://www.thinkquest.org/about/index.html>
- University of Colorado, Physics, <http://www.colorado.edu/physics/2000/quantumzone>



# Κεφάλαιο 7

## Φασματοσκοπία με Ορατό Φως

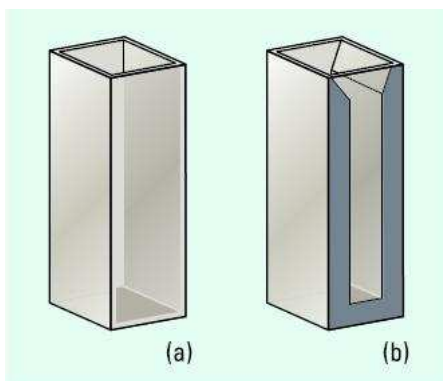
### 7.1 Σκοπός του πειράματος

Σκοπός του πειράματος είναι η ανάλυση τεχνικών φασματοσκοπίας, που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον ποσοτικό προσδιορισμό διάφορων οργανικών και ανόργανων ουσιών. Σε ότι αφορά το ενδιαφέρον της επιστήμης των τροφίμων, οι τεχνικές αυτές εφαρμόζονται για τον ποιοτικό και ποσοτικό προσδιορισμό ουσιών, που μπορεί να βρίσκονται διαλυμένες σε κάποιο υγρό τρόφιμο ή αλλού, ή μπορεί να υπάρχουν σε χώρους που σχετίζονται με τρόφιμα. Ειδικότερα στο συγκεκριμένο πείραμα θα δούμε, πώς οι τεχνικές αυτές μπορούν να εφαρμοστούν, προκειμένου να ανακαλυφθεί πιθανή νοθεία του ελαιολάδου με ανάμειξή του με σπορέλαια, καθώς επίσης και το ποσοστό της νοθείας. Το πείραμα αυτό αποτελεί ένα από τα πολλά παραδείγματα ποιοτικής και ποσοτικής ανάλυσης μιας ουσίας με τεχνικές φασματοσκοπίας απορρόφησης.

### 7.2 Φασματοσκοπία μοριακής απορρόφησης στο ορατό

Από όσα έχουμε πει για τα φάσματα, είναι προφανές ότι η εκπομπή ή η απορρόφηση φωτεινής ακτινοβολίας από μια ουσία εξαρτάται από τη χημική της σύσταση. Επομένως τα φάσματα αποτελούν την ταυτότητα της χημικής σύστασης μιας ουσίας και κατά συνέπεια η φασματοσκοπία καθίσταται ένα χρήσιμο εργαλείο για τον προσδιορισμό της.

Ειδικότερα στη φασματοσκοπία μοριακής απορρόφησης (δηλαδή στη φασματοσκοπία που αφορά φάσματα απορρόφησης από μόρια κάποιων συγκεκριμένων ουσιών), το ενδιαφέρον εστιάζεται στη μέτρηση κάποιων συγκεκριμένων φυσικών μεγεθών όπως η **διαπερατότητα** (transmittance)  $T$  και η **απορρόφηση** (absorbance)  $A$  διαλυμάτων. Προκειμένου να κατανοήσουμε τα μεγέθη αυτά, πρέπει κατ' αρχήν να τα ορίσουμε. Πριν το κάνουμε αυτό, θα



**Σχήμα 7.1:** Κυψελίδες (α)κοινές και (β) με στενό άνοιγμα

ορίσουμε πρώτα το φυσικό μέγεθος **ακτινοβολούμενη ισχύς**  $I$  (ή **ένταση ακτινοβολίας**). Ας υποθέσουμε ότι μια φωτεινή ακτινοβολία (δηλ. φως) πεύτει κάθετα πάνω σε μιά επιφάνεια, η οποία κάλιστα θα μπορούσε να είναι ένας ανιχνευτής αυτής τις ακτινοβολίας. Η ακτινοβολούμενη ισχύς  $I$  (ή ένταση ακτινοβολίας) είναι η ενέργεια  $E$  που προσπίπτει κάθετα στη μονάδα αυτής της επιφάνειας σε κάθε μονάδα του χρόνου <sup>1</sup>. Επομένως, αν θέλαμε να γράψουμε μια μαθηματική έκφραση για τον ορισμό της ακτινοβολούμενης ισχύος, θα μπορούσαμε να γράφαμε

$$I = \frac{E}{St}, \quad (7.1)$$

όπου  $I$  είναι η ακτινοβολούμενη ισχύς που προέρχεται από την ενέργεια  $E$  μιας φωτεινής ακτινοβολίας, η οποία πέφτει κάθετα στην επιφάνεια  $S$  για χρόνο  $t$ . Αν με ένα ανιχνευτή μετράμε την ακτινοβολούμενη ισχύ μιας φωτεινής πηγής, αντί για την ενέργειά της, καταφέρνουμε να απεμπλακούμε από την εξάρτηση που θα είχε η τιμή της μετρούμενης ενέργεια από το χρόνο έκθεσης του ανιχνευτή στην ακτινοβολία και από την επιφάνειά του. Για μια φωτεινή πηγή που εκπέμπει φωτόνια ισότροπα, με ένα σταθερό ρυθμό, η ακτινοβολούμενη ισχύς είναι ανεξάρτητη του χρόνου έκθεσης του ανιχνευτή στην ακτινοβολία και της επιφάνειάς του. Ως μονάδες ακτινοβολούμενης ισχύος μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα  $Joule/m^2sec$  ή τα  $erg/cm^2sec$ .

Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι μια φωτεινή ακτινοβολία με ακτινοβολούμενη ισχύ  $I_0$  προσπίπτει κάθετα στην επιφάνεια μιας κυψελίδας <sup>2</sup>, μέσα στην οποία βρίσκεται η ουσία που θέλουμε να απορροφήσει τη φωτεινή ακτινοβολία. Όπως είναι φυσικό, μέρος της ακτινοβολίας (και κατά συνέπεια της ακτινοβολούμενης ισχύος  $I_0$ ) θα απορροφηθεί από την ουσία αυτή και κατά την έξοδό της από

<sup>1</sup>Είναι προφανές ότι όσο περισσότερο χρόνο εκτίθεται η επιφάνεια στη φωτεινή ακτινοβολία και όσο μεγαλύτερη είναι η επιφάνεια, τόσο περισσότερη ενέργεια δέχετε

<sup>2</sup>έτσι λέγονται τα μικρά διάφανα (διαπερατά στο φως) δοχεία μέσα στα οποία τοποθετείτε η ουσία που θέλουμε να απορροφήσει τη φωτεινή ακτινοβολία. Δείτε την εικόνα 7.1



την κυψελίδα η ακτινοβολούμενη ισχύς θα έχει μειωθεί στην τιμή  $I$ . Όπως είναι προφανές, όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της ακτινοβολούμενης ισχύος  $I_0$  που εισέρχεται στην ουσία, τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η τιμή  $I$  της ακτινοβολούμενης ισχύος που εξέρχεται απ' αυτή. Αναμενόμενο λοιπόν θα ήταν ο λόγος  $I/I_0$  να μην εξαρτάται από την τιμή  $I_0$  της ακτινοβολούμενης ισχύος που εισέρχεται στην ουσία. Εξ ορισμού ο λόγος  $I/I_0$  είναι η διαπερατότητα  $T$  του διαλύματος και ο αρνητικός λογάριθμος της διαπερατότητας (ή ο λογάριθμος της ποσότητας  $I_0/I$ ) είναι η απορρόφηση  $A$  του διαλύματος.

$$T = \frac{I}{I_0} \quad A = -\log T = \log \frac{I_0}{I} \quad (7.2)$$

Όπως εύκολα μπορεί να δει κανείς, τόσο η διαπερατότητα όσο και η απορρόφηση είναι καθαροί αριθμοί (αδιάστατοι). Η διαπερατότητα είναι θετικός αριθμός μικρότερος της μονάδας και η απορρόφηση επίσης θετικός αριθμός.

Όπως είπαμε στην αρχή, το ενδιαφέρον της φασματοσκοπίας μοριακής απορρόφησης εστιάζεται στη μέτρηση των  $T$  και  $A$ . Ο λόγος είναι ότι η απορρόφηση  $A$  ενός διαλύματος είναι ανάλογη της συγκέντρωσης της διαλυμένης ουσίας. Η μαθηματική έκφραση αυτής της αναλογίας, συνοψίζεται στο λεγόμενο νόμο του Beer (1852) σύμφωνα με τον οποίο η απορρόφηση  $A$  ενός διαλύματος είναι ίση με τη συγκέντρωση  $c$  του διαλύματος πολλαπλασιασμένη επί το πάχος  $b$  της οπτικής διαδρομής (δηλ. το διάστημα που διανύει η φωτεινή δέσμη μέσα στην κυψελίδα, κατά το οποίο το φως απορροφάται από τη διαλυμένη ουσία) και επί μια σταθερά  $\epsilon$  που εξαρτάται από τη φύση της διαλυμένης ουσίας.

$$A = -\log T = \log \frac{I_0}{I} = \epsilon bc \quad (7.3)$$

Σύμφωνα λοιπόν με το νόμο του Beer η συγκέντρωση  $c$  μιας διαλυμένης ουσίας σ' ένα διάλυμα καθορίζει την τιμή της απορρόφησης  $A$  του διαλύματος αυτού. Κατά συνέπεια αν σε ένα υγρό τρόφιμο υπάρχει μια ουσία του σε μικροποσότητες, η οποία είναι χαρακτηριστική για το τρόφιμο αυτό και παράλληλα ανιχνεύσιμη με φασματοσκοπία απορρόφησης, τότε ανάμιξη του υγρού αυτού τροφίμου με κάποιο άλλο κατώτερης ποιότητας που δε διαθέτει αυτή την ουσία, θα είχε ως συνέπεια τη μείωση της συγκέντρωσης αυτής της ουσίας. Κατά συνέπεια, (με βάση το νόμο του Beer), η μείωση της συγκέντρωσης θα είχε ως αποτέλεσμα τη μείωση της απορρόφησης  $A$  και κατ' επέκταση την ανακάλυψη της νοθείας, τόσο ποιοτικά, όσο και ποσοτικά. Στην περίπτωση της νοθείας του ελαιολάδου με σπορέλαια, η ανίχνευση της νοθείας μπορεί να γίνει με φασματοσκοπία απορρόφησης της χλωροφύλλης (υποτιθέμενη διαλυμένη ουσία, με υποτιθέμενο διάλυμα το λάδι).

Η χλωροφύλλη είναι πολύ ευαίσθητη<sup>3</sup>, σε χημικές διεργασίες. Προκειμένου να παραχθούν τα σπορέλαια απαιτείται διάλυση των σπόρων (χημική

<sup>3</sup>διασπάται πολύ εύκολα

διεργασία), η οποία καταστρέφει τη χλωροφύλλη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα σπορέλαια να μην έχουν χλωροφύλλη. Αντίθετα οι φυσικές διεργασίες που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή του ελαιολάδου, δεν καταστρέφουν τη χλωροφύλλη και επομένως, η χλωροφύλλη υπάρχει μόνο στο ελαιόλαδο. Κατά συνέπεια όταν αναμειγνύονται ελαιόλαδο με σπορέλαια, το ποσοστό της χλωροφύλλης στο μείγμα είναι μικρότερο από ότι είναι στο ανόθευτο ελαιόλαδο. Αυτή η μεταβολή του ποσοστού της χλωροφύλλης είναι ανιχνεύσιμη με τεχνικές φασματοσκοπίας απορρόφησης, δεδομένου ότι η χλωροφύλλη απορροφάει σε μήκος κύματος  $\lambda = 670nm$ , ενώ δεν υπάρχουν συστατικά του ελαιολάδου ή των σπορελαίων που να απορροφούν στην ίδια περιοχή του φάσματος. Μετρώντας επομένως την απορρόφηση ενός λαδιού στην περιοχή των  $670nm$ , μπορούμε να προσδιορίσουμε το ποσοστό νοθείας ενός ελαιολάδου από σπορέλαια, και αυτό είναι το πείραμα που καλούμαστε να κάνουμε στην παρούσα εργαστηριακή άσκηση.

Μοναδική δυσκολία που έχουμε στη μέτρηση της απορρόφησης είναι ότι στα τοιχώματα της κυψελίδας που έρχονται σε επαφή με τον αέρα και με το διάλυμα, η φωτεινή ακτινοβολία υφίσταται ανακλάσεις, με αποτέλεσμα μια σημαντική εξασθένηση της ακτινοβολίας. Για παράδειγμα, κατά τη διέλευση κίτρινου φωτός μέσα από γυάλινη κυψελίδα που περιέχει νερό, χάνεται λόγω των ανακλάσεων το 8,5% περίπου της ακτινοβολίας. Εκτός όμως από αυτές τις ανακλάσεις, εξασθένηση της φωτεινής δέσμης μπορεί να προκαλέσει και η σκέδαση από μεγάλα μόρια που μπορεί να βρίσκονται στην κυψελίδα ή/και πιθανή μερική απορρόφηση της δέσμης από τα τοιχώματα της ίδιας της κυψελίδας. Προς αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος για τη μέτρηση της απορρόφησης  $A$ , αντί για τις ποσότητες  $I_0$  και  $I$  χρησιμοποιούμε τις ποσότητες  $I_{\text{διαλύτη}}$  και  $I_{\text{διαλύματος}}$  αντίστοιχα, όπου  $I_{\text{διαλύτη}}$  είναι η ακτινοβολούμενη ισχύς της δέσμης που έχει διαπεράσει (εξερχόμενη δέσμη) το διαλύτη και  $I_{\text{διαλύματος}}$  είναι η ακτινοβολούμενη ισχύς της δέσμης που έχει διαπεράσει (εξερχόμενη δέσμη) το διάλυμα. Δηλαδή

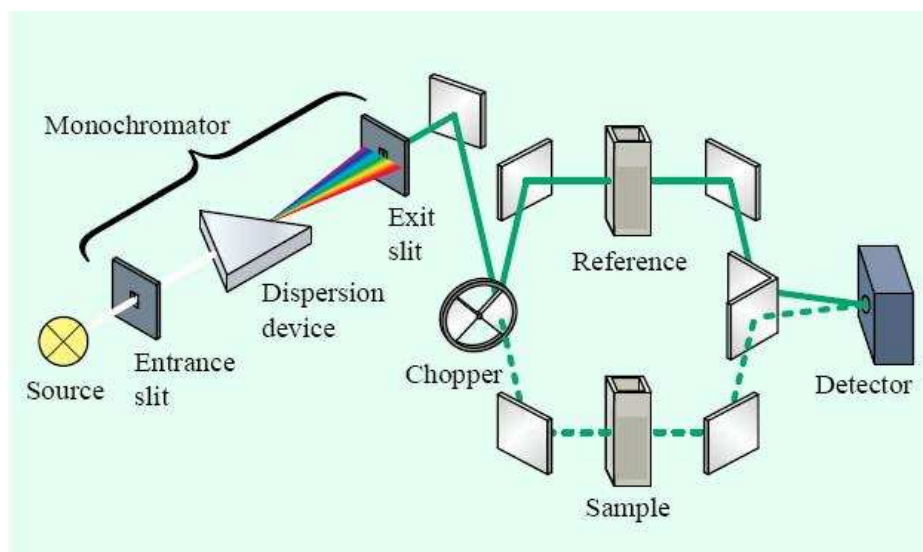
$$T = \frac{I_{\text{διαλύματος}}}{I_{\text{διαλύτη}}} = \frac{I}{I_0} \quad A = \log \frac{I_{\text{διαλύματος}}}{I_{\text{διαλύτη}}} = \log \frac{I}{I_0} \quad (7.4)$$

Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τους λεγόμενους φασματογράφους διπλής δέσμης (βλέπε σχήμα 7.2. Στους φασματογράφους αυτούς η δέσμη μοιράζεται σε δύο κομμάτια το ένα μέρος της οποίας περνάει από μια κυψελίδα με το διαλύτη και το άλλο από το διάλυμα. Για να βρεθεί το  $T$  ή το  $A$  χρησιμοποιούμε τις εξερχόμενες δέσμες απ' αυτές τις κυψελίδες.

Σε περιπτώσεις διαλύματος με περισσότερα από ένα συστατικά που απορροφούν τη φωτεινή ακτινοβολία, ο νόμος του Beer γράφεται

$$A_{\text{total}} = A_1 + A_2 + \dots + A_n = \epsilon_1 bc_1 + \epsilon_2 bc_2 + \dots + \epsilon_n bc_n \quad (7.5)$$

όπου οι δείκτες  $1, 2, \dots, n$  αναφέρονται στα διάφορα απορροφόντα συστατικά του διαλύματος.



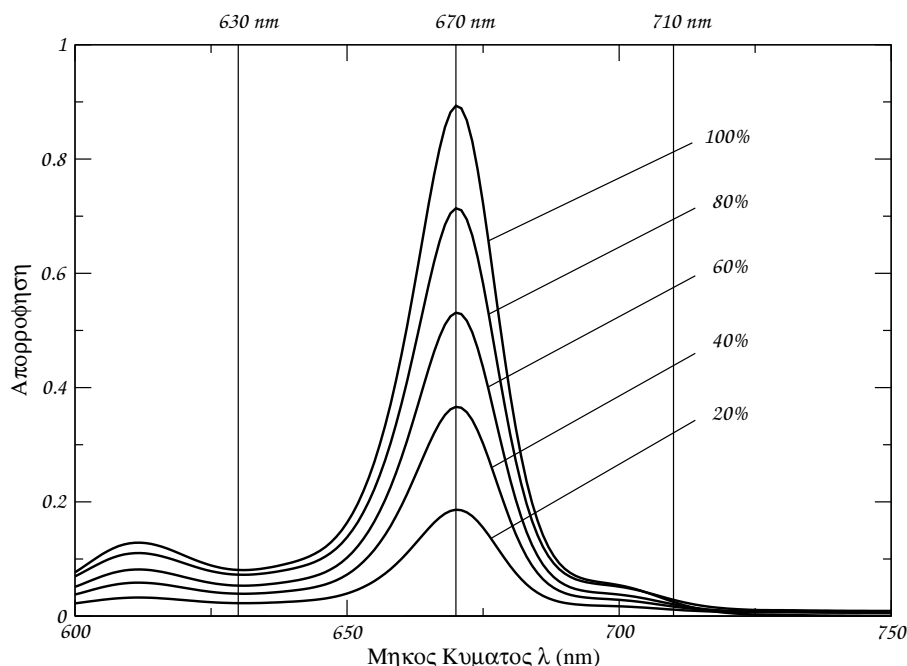
Σχήμα 7.2: Φασματογράφος διπλής δέσμης

### 7.2.1 Περιορισμοί στο νόμο του Beer

Ο νόμος του Beer περιγράφει με ακρίβεια την απορρόφηση του φωτός από διάφορες ουσίες, όταν τα διαλύματα είναι αραιά, δηλαδή όταν οι συγκεντρώσεις των διαλυμένων ουσιών είναι σχετικά μικρές, έτσι ώστε η μέση απόσταση μεταξύ των διαλυμένων απορροφούντων μορίων να είναι μεγάλη και να μην έχουν τη δυνατότητα να αλληλεπιδρούν το ένα με το άλλο. Όταν η συγκέντρωση ενός διαλύματος γίνει σχετικά μεγάλη, τότε η αλληλεπίδραση μεταξύ των απορροφούντων μορίων, μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της κατανομής φορτίου στα μόρια αυτά, με αποτέλεσμα τη μεταβολή της ικανότητάς τους να απορροφούν σε ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος. Σ' αυτές τις περιπτώσεις ο νόμος του Beer παρουσιάζει αποκλίσεις από τη γραμμικότητα μεταξύ συγκέντρωσης και απορρόφησης.

## 7.3 Πειραματικό μέρος

Χρησιμοποιούμε ένα φασματοόμετρο διπλής δέσμης για να μελετήσουμε τη νοθεία σε ελαιόλαδο. Βρίσκουμε την απορρόφηση  $A$  του καθαρού ελαιόλαδου και μερικών νοθευμένων δειγμάτων ελαιόλαδου με σπορέλαιο γνωστής αναλογίας ελαιόλαδου-σπορέλαιου κατ' όγκο. Στη γραφική παράσταση 7.3 δείχνουμε την απορρόφηση από έξι δείγματα λαδιών με αναλογία 0%, 20%, 40%, 60%, 80% και 100% κατ' όγκο ελαιόλαδου στο συνολικό δείγμα. Όπως βλέπουμε, η κορυφή απορρόφησης της χλωροφύλλης στα  $630nm$  μεγαλώνει, όσο το ποσοστό



**Σχήμα 7.3:** Απορρόφηση της χλωροφύλλης σε μείγματα ελαιολάδου - σπορελαίου, για αναλογία 0%, 20%, 40%, 60%, 80% και 100% κατ' όγκο ελαιολάδου στο μείγμα. Η απορρόφηση για ποσοστό ελαιολάδου 0% δε φαίνεται, γιατί δεν μπορεί να ξεχωρίσει από τον άξονα  $xx'$ , (είναι πρακτικά μηδέν).

του ελαιολάδου στο δείγμα αυξάνεται.

Η συγκέντρωση της χλωροφύλλης στο ελαιολάδο δίνεται από τις τιμές της απορρόφησης  $A$  τριών μηκών κύματος και συγκεκριμένα των  $670nm$ , των  $630nm$  και των  $710nm$ , σύμφωνα με τη σχέση

$$[\text{χλωροφύλλη}]_{ppm} = \frac{A_{670} - (A_{630} + A_{710}) \times 0.5}{0.101} \quad (7.6)$$

υπό την προϋπόθεση ότι το οπτικό πάχος  $b$  είναι  $b = 1cm$ . (Τόσο είναι το οπτικό πάχος των κυψελίδων που χρησιμοποιούμε). Οι τιμές  $A_{630}$ ,  $A_{670}$  και  $A_{710}$  είναι οι τιμές της απορρόφησης σε μήκη κύματος  $630nm$ ,  $670nm$  και  $710nm$  αντίστοιχα. Η σχέση αυτή δίνει μια καλύτερη τιμή της ποσότητας χλωροφύλλης στο δείγμα, απ' ότι αν χρησιμοποιήσουμε μόνο την τιμή της απορρόφησης στα  $670nm$  ( $A_{670}$ ).

Κάνουμε τη γραφική παράσταση της απορρόφησης ως συνάρτηση της κατ' όγκο αναλογίας ελαιολάδου-σπορελαίου. Σύμφωνα με το νόμο του Beer η απορρόφηση που αφορά τη χλωροφύλλη του ελαιολάδου είναι μια συνάρτηση ευθείας ως προς την κατ' όγκο αναλογία ελαιολάδου-σπορελαίου. Με χρήση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων μπορούμε να προσδιορίσουμε αυτή την ευθεία και από κει και πέρα, με χρήση αυτής της ευθείας, μπορούμε να αναγνωρί-

σομε το ποσοστό της πιθανής νοθείας με σπορέλαια ενός τυχαίου δείγματος ελαιολάδου.

## 7.4 Ερωτήσεις

1. Γιατί η διαπερατότητα  $T$  είναι θετικός αριθμός μικρότερος του 1;
2. Γιατί η απορρόφηση είναι ένας θετικός αριθμός;
3. Γιατί προτιμούμε να εκφράζουμε το νόμο του Beer μέσω της απορρόφησης και όχι μέσω της διαπερατότητας

## 7.5 Βιβλιογραφία

- Αρχές της ενόργανης ανάλυσης Skoog, Holler, Nieman σελ. 356
- Θέματα Φυσικής (δια βιολογικής επιστήμης) Ν.Α.Οικονόμου, σελ. 115
- <http://www.shu.ac.uk/schools/sci/chem/tutorials/molspec/beers1.htm>
- <http://www.chemistry.adelaide.edu.au/external/soc-rel/content/beerslaw.htm>



## Κεφάλαιο 8

# Μέτρηση ποσοστού λίπους με φασματοσκοπικές μεθόδους απορρόφησης στο κοντινό υπέρυθρο

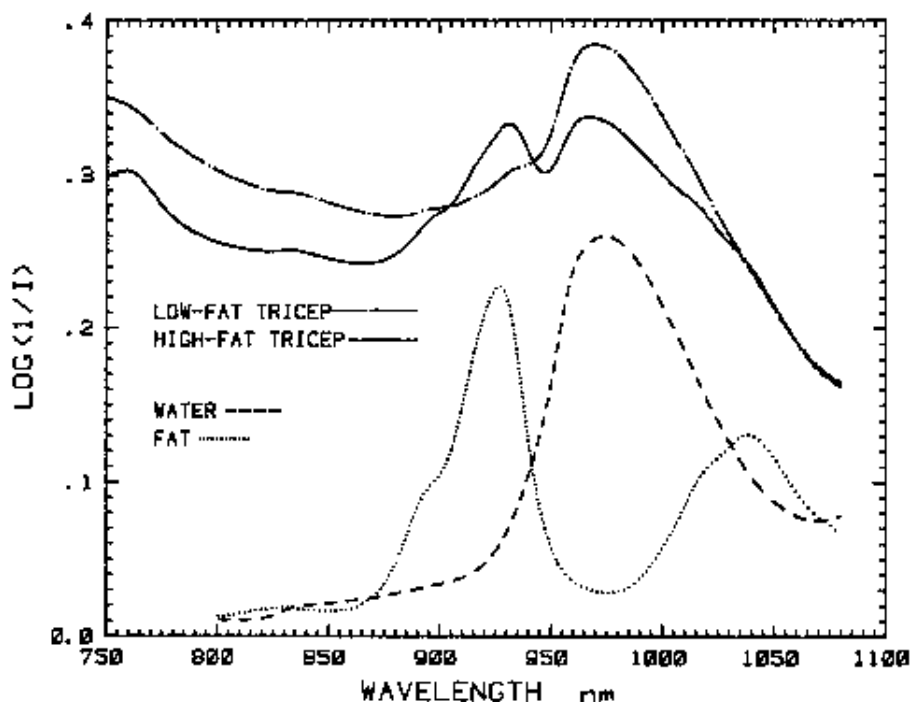
### 8.1 Σκοπός του πειράματος

Σκοπός του πειράματος είναι (α) να κατανοήσουμε τη μέθοδο μετρήσης του ποσοστού λίπους του ανθρώπινου σώματος, χρησιμοποιώντας τεχνικές φασματοσκοπίας στο κοντινό υπέρυθρο (Near Infra Red - NIR), (β) να μετρήσουμε το ποσοστό λίπους με αυτή τη μέθοδο και (γ) να συσχετίσουμε τα αποτελέσματα των μετρήσεων αυτής της μεθόδου, με αποτελέσματα μετρήσεων άλλων μεθόδων.

### 8.2 Ιστορική αναδρομή

Η φασματοσκοπία του κοντινού υπέρυθρου (NIR) χρησιμοποιείται από το 1968 στη μέτρηση της περιεκτικότητας πρωτεϊνών, λίπους και νερού, σε διάφορα προϊόντα διατροφής. Οι Conway et al. εφάρμοσαν αυτή την τεχνική, στη μελέτη της σύστασης του ανθρώπινου σώματος χρησιμοποιώντας ένα φασματοφωτόμετρο υψηλής ακρίβειας ( $6nm$ ), με το οποίο σάρωσαν μια περιοχή μηκών κύματος από  $700nm$  μέχρι  $1100nm$  και κατέληξαν σε μια εξίσωση πρόβλεψης του επί τοις εκατό ποσοστού λίπους  $\%BF$ , η οποία βρισκόταν σε πολύ καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα των μετρήσεων που γινόταν με τη μέθοδο του δευτεριωμένου νερού  $D_2O$ <sup>1</sup>. Το μειονέκτημα της μεθόδου ήταν ότι το φασματο-

<sup>1</sup>Δευτεριωμένο νερό είναι το νερό που αντί για υδρογόνο H περιέχει δευτέριο D, δηλαδή υδρογόνο με δύο νετρόνια αντί για ένα, που περιέχει το κοινό υδρογόνο.



**Σχήμα 8.1:** Φάσματα απορρόφησης NIR φως από δείγματα καθαρού χοιρινού λίπους (FAT) και απεσταγμένου νερού (WATER), και από την περιοχή του τρικεφάλου μύος δύο ανθρώπων: μιας γυναίκας με υψηλό ποσοστό λίπους (HIGH-FAT TRICEPT) και ενός άνδρα με χαμηλό ποσοστό λίπους (LOW-FAT TRICEPT).

φωτόμετρο, που χρησιμοποιήθηκε, δεν ήταν φορητό και ήταν ιδιαίτερα ακριβό για εμπορική χρήση.

Το 1987 οι Conway και Norris κάνοντας κάποιους υπολογισμούς για την απώλεια ακρίβειας, που θα προέκυπτε από τη χρήση ενός λιγότερο ακριβούς (και επομένως φτηνότερου) φασματοφωτόμετρου (με ακρίβεια  $50\text{nm}$  αντί για  $6\text{nm}$  του αρχικού), αλλά φορητού (και επομένως βολικού για χρήση εκτός εργαστηρίου), έδειξαν ότι θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ένα τέτοιο όργανο, χωρίς ιδιαίτερη απώλεια ακρίβειας. Πολύ σύντομα κατασκευάστηκε ένα τέτοιο, φτηνό σχετικά, όργανο από την εταιρεία FUTREX, το Futrex - 5000, το οποίο βασίστηκε στις παραπάνω μελέτες. Το αρχικό αυτό μοντέλο χρησιμοποιούσε δύο μήκη κύματος για την ανίχνευση της ακτινοβολίας (τα  $940$  και  $950\text{nm}$ ). Όπως αποδείχθηκε στην πορεία, δεν ήταν ιδιαίτερα καλό στις προβλέψεις του και σε πολλές περιπτώσεις οι προβλέψεις του για το  $\%BF$  ήταν υπερεκτιμημένες. Στη συνέχεια κατασκευάστηκαν πιο βελτιωμένα μοντέλα (τα Futrex - 5500 και Futrex - 6100) από το αρχικό (Futrex - 5000). Το μοντέλο Futrex - 6100, που διαθέτει το εργαστήριό μας, είναι πλέον ένα όργανο ακριβές, το οποίο χρησιμοποιεί τέσσερα μήκη κύματος (τα  $810$ ,  $932$ ,  $944$  και  $976\text{nm}$ ), αντί



των δύο του αρχικού μοντέλου. Αυτό το όργανο θα χρησιμοποιήσουμε για τις μετρήσεις μας.

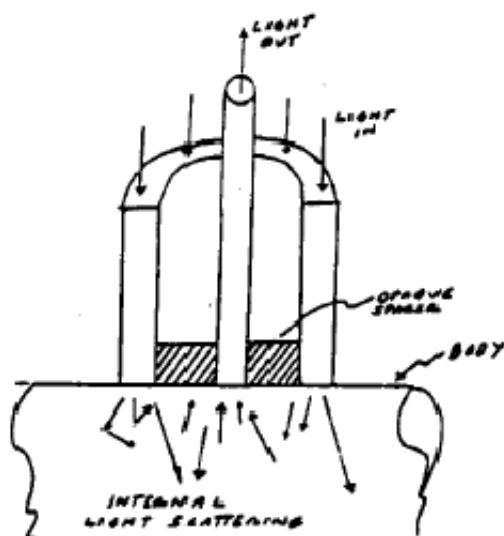
### 8.3 Αρχή λειτουργίας του οργάνου

Το όργανο βασίζεται στη διαφορετική απορρόφηση του NIR φωτός από το λίπος και τον άλιπο ιστό. Αυτό φαίνεται χαρακτηριστικά στην εικόνα 8.1 που είναι παρμένη από την εργασία των Conway et al. Στην εικόνα αυτή φαίνεται η απορρόφηση ( $\log(1/I)$ ) ως συνάρτηση του μήκους κύματος  $\lambda$  της απορροφούμενης ακτινοβολίας από διάφορους ιστούς. Όπως μπορεί να δει κανείς, η απορρόφηση του NIR φωτός από το λίπος εμφανίζει μια κορυφή στην περιοχή κοντά στα  $930nm$ , σε αντίθεση με την απορρόφηση του NIR φωτός από το νερό, η οποία εμφανίζει μια κορυφή στα  $970nm$ . Αυτές οι παρατηρήσεις αντικατοπτρίζονται πλήρως στα φάσματα απορρόφησης του τρικέφαλου μυός δύο ανθρώπων με υψηλό και χαμηλό ποσοστό λίπους αντίστοιχα. Τα φάσματα αυτά παρουσιάζονται στο ίδιο διάγραμμα, όπου φαίνεται καθαρά ότι σε ένα άνθρωπο με υψηλό ποσοστό λίπους στο σώμα του, η κορυφή απορρόφησης του λίπους ανταγωνίζεται την αντίστοιχη κορυφή απορρόφησης του νερού, πράγμα που δε συμβαίνει για τον άνθρωπο με το χαμηλό ποσοστό λίπους.

### 8.4 Περιγραφή του οργάνου FUTREX

Το όργανο FUTREX είναι ένα φορητό όργανο, το οποίο μπορεί να δουλεύει είτε με μπαταρίες (επαναφορτιζόμενες), είτε με ρεύμα δικτύου, μέσω κατάλληλου τροφοδοτικού. Περιλαμβάνει μια συσκευή εκπομπής και ανίχνευσης του NIR φωτός (βλέπε 8.2), η οποία κατά τη διάρκεια της μέτρησης εφαρμόζεται πάνω στο δικέφαλο μυ του ανθρώπου (βλέπε εικόνα 8.3), με τρόπο ώστε το εξωτερικό φως να μην εισέρχεται στη συσκευή. Μέσω της συσκευής αυτής, το φως των συχνοτήτων που αναφέραμε παραπάνω<sup>2</sup> εκπέμπεται από φωτοδιόδους εκπομπής και εισέρχεται στην περιοχή του δικέφαλου μυός. Το φως απορροφάται από τους ιστούς (λίπος και άλιπη μάζα), αντανακλάται στο κόκαλο και συνεχίζει την πορεία του προς τα πίσω, πάλι απορροφούμενο από τους ιστούς. Το φως που φτάνει στη συσκευή, μετά απ' όλη αυτή την πορεία, ανιχνεύεται από ένα ανιχνευτή πυριτίου και εκείνο που τελικά μετράται είναι η απορρόφηση ή στις τέσσερις συχνότητες, που περιγράψαμε παραπάνω. Τελικά το επί τοις εκατό ποσοστό λίπους (%BF) μετριέται (υπολογίζεται) μέσω μιας εξίσωσης, η οποία περιλαμβάνει τις τιμές αυτών των απορροφήσεων και τους παράγοντες φύλο, ηλικία, ύψος και βάρος. Η εξίσωση αυτή ανήκει στους κατασκευαστές του οργάνου και δεν έχει γίνει γνωστή στην ακαδημαϊκή κοινότητα.

<sup>2</sup>στην πραγματικότητα δεν πρόκειται για τις συγκεκριμένες συχνότητες, αλλά για πολύ στενές περιοχές συχνοτήτων γύρω απ' αυτές



**Σχήμα 8.2:** Τομή της συσκευής εκπομπής - ανίχνευσης του φωτός από το όργανο FUTREX. Η συσκευή αυτή έρχεται σε επαφή με το σώμα (BODY). Το NIR φως εκπέμπεται από το "σωλήνα" στην περίμετρο της συσκευής (LIGHT IN) και περνάει μέσα από το σώμα. Ένα μέρος του φωτός αυτού απορροφάται από τους ιστούς, αντανακλάται στο κόκαλο και επιστρέφει στη συσκευή, η οποία το ανιχνεύει από τον κεντρικό "σωλήνα" (LIGHT OUT).



**Σχήμα 8.3:** Θέση πάνω στο δικέφαλο μυ, στην οποία τοποθετείται η συσκευή εκπομπής - ανίχνευσης του οργάνου FUTREX

## 8.5 Πειραματικό μέρος

Το πείραμα μέτρησης λίπους με το όργανο FUTREX είναι σχετικά απλό. Δεν υπάρχουν ιδιαίτερες προϋποθέσεις κάτω από τις οποίες πρέπει να γίνει η μέτρηση. Μοναδικές ίσως προϋποθέσεις για μια σωστή μέτρηση είναι (α) το δέρμα του τρικέφαλου μυός στο σημείο επαφής του με το όργανο να είναι στεγνό (να μην είναι ιδρωμένο) και (β) κατά την επαφή της συσκευής εκπομπής - απορρόφησης του φωτός με το δέρμα, να μην περνάει φως από το περιβάλλον στη συσκευή. Αυτή η δεύτερη προϋπόθεση επιτυγχάνεται με τη χρήση ενός καλύμματος, που καλύπτει τη συσκευή κατά την επαφή της με το δέρμα.

Οι μετρήσεις γίνονται τοποθετώντας τη συσκευή εκπομπής - απορρόφησης του φωτός, στο εμπρόσθιο μέσο του δικέφαλου μυός, στο μισό της απόστασης μεταξύ του ώμου και του αγκώνα, στην "κοιλιά" του μυός. Αυτό το σημείο προτάθηκε από τους Conway et al, ως η καλύτερη επιλογή ενός σημείου μέτρησης για το μοντέλο οπισθοδρόμησης πολλών μεταβλητών. Για να βρεθεί το ακριβές σημείο, που πρέπει να τοποθετηθεί η συσκευή, το χέρι πρέπει να καμφθεί ελαφρώς και να βρεθεί σε κατάσταση ηρεμίας, με την παλάμη να κοιτάζει προς τα πάνω. Στη συνέχεια πρέπει να μετρηθεί η απόσταση από την κοιλότητα του βραχίονα προς το κέντρο της εσωτερικής πλευράς του αγκώνα και να βρεθεί η θέση του κέντρου (μισού) αυτής της απόστασης, πάνω στο δικέφαλο μυ. Η συσκευή τοποθετείται ακριβώς κάθετα πάνω σ' αυτό το σημείο και πιέζεται ώστε η συσκευή να αποκτήσει πλήρη επαφή με το δέρμα.

Πριν ξεκινήσει η μέτρηση, μηδενίζουμε το όργανο. Στη συνέχεια εισάγουμε στο όργανο τις παραμέτρους του φύλου, της ηλικίας (ημερομηνία γέννησης), του ύψους και του βάρους. Στη φάση αυτή το όργανο είναι έτοιμο να πραγματοποιήσει τη μέτρηση. Η μέτρηση γίνεται τοποθετώντας τη συσκευή εκπομπής - ανίχνευσης του φωτός στο σημείο που αναφέραμε παραπάνω και πατώντας το κουμπί που βρίσκεται πάνω της. Η ένδειξη του %BF τυπώνεται σε ένα κομμάτι χαρτί, ενώ οι μετρήσεις απορρόφησης στα τέσσερα μήκη κύματος, που προαναφέραμε, μπορούν να ληφθούν στην οθόνη ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή και να αποθηκευτούν σε αρχείο μέσω του hyperterminal, με το οποίο το όργανο επικοινωνεί με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Στο πείραμα αυτό θα μετρήσουμε το ποσοστό λίπους με το όργανο FUTREX και στη συνέχεια θα συσχετίσουμε τις μετρήσεις αυτές με τις αντίστοιχες μετρήσεις που πήραμε με τη μέθοδο της βιοηλεκτρικής εμπέδησης και με τη μέθοδο των δερματοπυχομετρήσεων.



# Παράρτημα Α΄

## Πίνακες

### Α΄.1 Προθέματα για τις δυνάμεις του 10

Πρόθεμα	Όνομα	Αξία
<i>d</i>	<i>deci</i>	$10^{-1}$
<i>c</i>	<i>centi</i>	$10^{-2}$
<i>m</i>	<i>mili</i>	$10^{-3}$
$\mu$	<i>micro</i>	$10^{-6}$
<i>n</i>	<i>nano</i>	$10^{-9}$
<i>p</i>	<i>pico</i>	$10^{-12}$
<i>f</i>	<i>femto</i>	$10^{-15}$
<i>a</i>	<i>atto</i>	$10^{-18}$
<i>k</i>	<i>kilo</i>	$10^3$
<i>M</i>	<i>mega</i>	$10^6$
<i>G</i>	<i>giga</i>	$10^9$
<i>T</i>	<i>tera</i>	$10^{12}$
<i>P</i>	<i>peta</i>	$10^{15}$
<i>E</i>	<i>exa</i>	$10^{18}$

## Α'.2 Πυκνότητες διαφόρων ουσιών

Ουσία	Πυκνότητα $D(\times gr/cm^3)$
Απεσταγμένο Νερό	0.9937
Λίπος	0.9000
Άλιπη μάζα	$\approx 1.100$
$C_{100}H_{159}N_{26}O_{32}S_{0.7}$ (Πρωτεΐνη)	1.34
$(C_8H_{10}O_5)_x$ (Γλυκογόνο)	1.52
Οστικά Άλατα	2.982
Μη Οστικά Άλατα	3.317
Χρυσός	19.3
Ουράνιο	18.7
Μόλυβδος	11.3
Χαλκός	8.93
Σίδηρος	7.86
Αλουμίνιο	2.70
Μαγνήσιο	1.75
Αέρας	0.0013

## Α'.3 Φυσικές Σταθερές

Ταχύτητα του φωτός	$c$	$2.99792458 \times 10^8 m/sec$
Αριθμός του Avogadro	$N_A$	$6.022169 \times 10^{23}$
Γραμμομοριακός όγκος ιδανικού αερίου υπό Κ.Σ.	-	$22.4136 lit/mole$
Παγκόσμια σταθερά των αερίων	$R$	$8.31434 joule/^{\circ}K mole$
Φορτίο του ηλεκτρονίου	$e$	$1.6021917 \times 10^{-19} Cb$
Μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου	$m_e$	$9.109558 \times 10^{-31} kgr$
Μάζα ηρεμίας του πρωτονίου	$m_p$	$1.672614 \times 10^{-27} kgr$
Μάζα ηρεμίας του νετρονίου	$m_n$	$1.674920 \times 10^{-27} kgr$
Σταθερά του Boltzman	$k_B$	$1.380622 \times 10^{-23} joule/^{\circ}K$
Σταθερά του Planck	$h$	$6.626196 \times 10^{-34} joule \cdot sec$
Σταθερά του Rydberg	$R_{\infty}$	$1.09737312 \times 10^7 /m$
Επιτάχυνση της βαρύτητας <sup>1</sup>	$g$	$9.80665 m/sec^2$

## Α'.4 Μετατροπές μονάδων

$$1lit = 10^3 cm^3$$

$$1cal = 4.186joule$$

## **Παράρτημα Β΄**

### **Ο Περιοδικός Πίνακας των στοιχείων**

# PERIODIC TABLE OF THE ELEMENTS

<http://www.ktf-split.hr/periodni/en/>

GROUP	PERIODIC TABLE OF THE ELEMENTS																18	
PERIOD	1	2	RELATIVE ATOMIC MASS (1)										13	14	15	16	17	18
	1A	2A	GROUP IUPAC										3A	4A	5A	6A	7A	8A
	GROUP CAS		GROUP CAS										GROUP CAS		GROUP CAS		GROUP CAS	
1	1.0079 <b>H</b> HYDROGEN												10.811 <b>B</b> BORON	12.011 <b>C</b> CARBON	14.007 <b>N</b> NITROGEN	15.999 <b>O</b> OXYGEN	18.998 <b>F</b> FLUORINE	20.180 <b>Ne</b> NEON
2	6.941 <b>Li</b> LITHIUM	9.0122 <b>Be</b> BERYLLIUM											26.982 <b>Al</b> ALUMINIUM	28.086 <b>Si</b> SILICON	30.974 <b>P</b> PHOSPHORUS	32.065 <b>S</b> SULPHUR	35.453 <b>Cl</b> CHLORINE	39.948 <b>Ar</b> ARGON
3	22.990 <b>Na</b> SODIUM	24.305 <b>Mg</b> MAGNESIUM											69.723 <b>Ga</b> GALLIUM	72.64 <b>Ge</b> GERMANIUM	74.922 <b>As</b> ARSENIC	78.96 <b>Se</b> SELENIUM	79.904 <b>Br</b> BROMINE	83.80 <b>Kr</b> KRYPTON
4	39.098 <b>K</b> POTASSIUM	40.078 <b>Ca</b> CALCIUM	44.956 <b>Sc</b> SCANDIUM	47.867 <b>Ti</b> TITANIUM	50.942 <b>V</b> VANADIUM	51.996 <b>Cr</b> CHROMIUM	54.938 <b>Mn</b> MANGANESE	55.845 <b>Fe</b> IRON	58.933 <b>Co</b> COBALT	58.693 <b>Ni</b> NICKEL	63.546 <b>Cu</b> COPPER	65.39 <b>Zn</b> ZINC	69.723 <b>Ga</b> GALLIUM	72.64 <b>Ge</b> GERMANIUM	74.922 <b>As</b> ARSENIC	78.96 <b>Se</b> SELENIUM	79.904 <b>Br</b> BROMINE	83.80 <b>Kr</b> KRYPTON
5	85.468 <b>Rb</b> RUBIDIUM	87.62 <b>Sr</b> STRONTIUM	88.906 <b>Y</b> YTTORIUM	91.224 <b>Zr</b> ZIRCONIUM	92.906 <b>Nb</b> NIOBIUM	95.94 <b>Mo</b> MOLYBDENUM	(98) <b>Tc</b> TECHNETIUM	101.07 <b>Ru</b> RUTHENIUM	102.91 <b>Rh</b> RHODIUM	106.42 <b>Pd</b> PALLADIUM	107.87 <b>Ag</b> SILVER	112.41 <b>Cd</b> CADMIUM	114.82 <b>In</b> INDIUM	118.71 <b>Sn</b> TIN	121.76 <b>Sb</b> ANTIMONY	127.60 <b>Te</b> TELLURIUM	126.90 <b>I</b> IODINE	131.29 <b>Xe</b> XENON
6	132.91 <b>Cs</b> CAESIUM	137.33 <b>Ba</b> BARIUM	57-71 <b>La-Lu</b> Lanthanide	178.49 <b>Hf</b> HAFNIUM	180.95 <b>Ta</b> TANTALUM	183.84 <b>W</b> TUNGSTEN	186.21 <b>Re</b> RHENIUM	190.23 <b>Os</b> OSMIUM	192.22 <b>Ir</b> IRIDIUM	195.08 <b>Pt</b> PLATINUM	196.97 <b>Au</b> GOLD	200.59 <b>Hg</b> MERCURY	204.38 <b>Tl</b> THALLIUM	207.2 <b>Pb</b> LEAD	208.98 <b>Bi</b> BISMUTH	(209) <b>Po</b> POLONIUM	(210) <b>At</b> ASTATINE	(222) <b>Rn</b> RADON
7	(223) <b>Fr</b> FRANCIUM	(226) <b>Ra</b> RADIUM	89-103 <b>Ac-Lr</b> Actinide	(261) <b>Rf</b> RUTHERFORDIUM	(262) <b>Db</b> DUBNIUM	(266) <b>Sg</b> SEABORGIUM	(264) <b>Bh</b> BOHRIUM	(277) <b>Hs</b> HASSIUM	(268) <b>Mt</b> MEITNERIUM	(281) <b>Uun</b> UNUNNIUM	(272) <b>Uuu</b> UNUNUNIUM	(285) <b>Uub</b> UNUNBIUM	(289) <b>Uuq</b> UNUNQUADIUM					

Legend for element classification:

- Metal
- Semimetal
- Nonmetal

Classification by groups:

- 1 Alkali metal
- 2 Alkaline earth metal
- 3-10 Transition metals
- 11-12 Lanthanide
- 13-17 Halogens element
- 18 Noble gas

STANDARD STATE (25 °C; 101 kPa)

- Ne** - gas
- Fe** - solid
- Ga** - liquid
- Tc** - synthetic

LANTHANIDE

57 138.91 <b>La</b> LANTHANUM	58 140.12 <b>Ce</b> CERIUM	59 140.91 <b>Pr</b> PRASEODYMIUM	60 144.24 <b>Nd</b> NEODYMIUM	(145) <b>Pm</b> PROMETHIUM	62 150.36 <b>Sm</b> SAMARIUM	63 151.96 <b>Eu</b> EUROPIUM	64 157.25 <b>Gd</b> GADOLINIUM	65 158.93 <b>Tb</b> TERBIUM	66 162.50 <b>Dy</b> DYSPROSIUM	67 164.93 <b>Ho</b> HOLMIUM	68 167.26 <b>Er</b> ERBIUM	69 168.93 <b>Tm</b> THULIUM	70 173.04 <b>Yb</b> YTTERIUM	71 174.97 <b>Lu</b> LUTETIUM
-------------------------------------	----------------------------------	--	-------------------------------------	----------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	--------------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------------	-----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

ACTINIDE

(227) <b>Ac</b> ACTINIUM	90 232.04 <b>Th</b> THORIUM	91 231.04 <b>Pa</b> PROTACTINIUM	92 238.03 <b>U</b> URANIUM	(237) <b>Np</b> NEPTUNIUM	(244) <b>Pu</b> PLUTONIUM	(243) <b>Am</b> AMERICIUM	(247) <b>Cm</b> CURIUM	(247) <b>Bk</b> BERKELIUM	(251) <b>Cf</b> CALIFORNIUM	(252) <b>Es</b> EINSTEINIUM	(257) <b>Fm</b> FERMIUM	(258) <b>Md</b> MENDELEVIUM	(259) <b>No</b> NOBELIUM	(262) <b>Lr</b> LAWRENCIUM
--------------------------------	-----------------------------------	--	----------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------	----------------------------------

Copyright © 1998-2003 EniG. (eni@ktf-split.hr)

(1) Pure Appl. Chem., 73, No. 4, 667-683 (2001)  
Relative atomic mass is shown with five significant figures. For elements having no stable nuclides, the value enclosed in brackets indicates the mass number of the longest-lived isotope of the element.

However three such elements (Th, Pa, and U) do have a characteristic terrestrial isotopic composition, and for these an atomic weight is tabulated.

Editor: Aditya Vardhan (adivar@netlinx.com)